# Глава 10 Динамическая устойчивость мощных электродвигателей

#### § 10.1. Динамическая устойчивость синхронного электродвигателя

Динамическая устойчивость синхронного электродвигателя (далее – двигатель) рассматривается здесь при перерыве питания последнего. На рис. 10.1 представлена схема питания двигателя от секции шин двухтрансформаторной подстанции, в нормальном режиме которой секционный выключатель (ВС) отключен. На случай прекращения питания одной из секций шин предусматривается автоматическое включение резерва (АВР), т. е. автоматическое включение секционного выключателя с целью возобновления питания со стороны другой секции шин.





Динамическая устойчивость двигателя сохраняется, если он не выходит из синхронизма.

Оценка устойчивости может быть произведена при помощи уравнения динамического равновесия для синхронной машины

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = P_{\rm g} - P_{\rm M}, \qquad (10.1)$$

где *J* – момент инерции электропривода; *P*<sub>д</sub> – угловая характеристика двигателя; *P*<sub>м</sub> – механическая характеристика рабочего механизма.

Угловая характеристика двигателя – угловая характеристика явнополюсной синхронной машины для переходного режима описывается формулой

$$P_{\rm p} = \frac{U_{\rm c} E'_q}{x'_{d\Sigma}} \sin \theta + \frac{(x'_d - x_q)}{2x'_{d\Sigma} x'_{q\Sigma}} U_{\rm c}^2 \sin 2\theta, \qquad (10.2)$$

где  $U_c$ ,  $E'_q$  – соответственно напряжение на шинах подстанции и переходная ЭДС двигателя;  $x'_{d\Sigma}$  – суммарное сопротивление в цепи питания двигателя.

Величина переходной ЭДС, приведенная к напряжению электродвигателя, определяется по формуле (1.23)

$$E'_{q} = \frac{(U^{2} + x'_{d}Q)(U^{2} + x_{q}Q) + x'_{d}x_{q}P^{2}}{U\sqrt{(U^{2} + x_{q}Q)^{2} + (x_{q}P)^{2}}}.$$
 (10.3)

Угловая характеристика двигателя СДН 17–59–10 мощностью 4 МВт при 600 об/мин построена на рис. 10.2.



При исчезновении питания, например, на секции С1, угловая характеристика занимает положение на оси абсцисс, и двигатель с тормозной мощностью на валу  $P_{\rm M}$  начинает затормаживаться.

Питание должно быть восстановлено до момента достижения двигателем допустимого угла  $\theta_{101}$  из условия сохранения динамической устойчивости двигателя – сохранения синхронизма.

Эта величина угла может быть определена из критерия динамической устойчивости

$$S_{\rm T} \le S_{\rm y} \,. \tag{10.4}$$

Из графика на рис. 10.2

$$\int_{\theta_0}^{\theta_{\text{gon}}} P_0 d\theta = \int_{\theta_{\text{gon}}}^{\theta_{\text{sp}}} [(b\sin\theta + a\sin 2\theta) - P_0] d\theta , \qquad (10.5)$$

где в соответствии с (10.2)

$$a = \frac{x'_d - x_q}{2x'_{d\Sigma} x_{q\Sigma}} U_c^2; \ b = \frac{U_c E'_q}{x'_{d\Sigma}}.$$
 (10.6)

После интегрирования (10.5) и преобразований получаем уравнение

$$a\cos^2\theta_{\text{don}} + b\cos\theta_{\text{don}} + c = 0$$
,

где

 $c = -\left[P_0(\theta_{\rm kp} - \theta_0)\frac{3.14}{180} + b\cos\theta_{\rm kp} + \frac{a}{2}(1 + \cos 2\theta_{\rm kp})\right].$ (10.7)

Решение уравнения дает искомый ответ

$$\theta_{\text{доп}} = \arccos\left[-\frac{b}{2a} - \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}\right].$$
(10.8)

Для неявнополюсного двигателя угловая характеристика определяется выражением

$$P_{\rm m} = \frac{U_{\rm c} E'_q}{x'_{d\Sigma}} \sin \theta ,$$

где величины  $U_{c}, x'_{d\Sigma}$  – соответствуют величинам в формуле (10.2).

Величина переходной ЭДС, приведенная к напряжению электродвигателя, вычисляется по (1.23, а). Для неявнополюсной машины

$$E'_{q} = \frac{(U^{2} + x'_{d}Q)(U^{2} + x_{d}Q) + x'_{d}x_{d}P^{2}}{U\sqrt{(U^{2} + x_{d}Q)^{2} + (x_{d}P)^{2}}}.$$

Угловая характеристика двигателя СТМП-4000 мощностью 4 МВт при 3000 об/мин построена на рис. 10.3.



При отключении питания угловая характеристика I занимает положение на оси абсцисс II, и двигатель начинает затормаживаться. Для предотвращения выхода из синхронизма питание на секции шин должно быть восстановлено включением секционного выключателя от ABP до момента достижения ротором двигателя угла  $\theta_{\text{доп}}$ . Этот допустимый угол может быть определен из критерия динамической устойчивости

$$S_{\rm T} \leq S_{\rm v}$$

Из графиков на рис. 10.3 следует

$$\int_{\theta_0}^{\theta_{\text{gon}}} P_0 d \theta = \int_{\theta_{\text{gon}}}^{\theta_{\text{gon}}} (P_{m\text{III}} \sin \theta - P_0) d \theta$$

и после интегрирования и преобразований имеем

$$\theta_{\text{доп}} = \arccos \frac{P_0(\pi - 2\theta_0) \frac{\pi}{180} - P_{\text{mIII}} \cos \theta_0}{P_{\text{mIII}}}.$$
 (10.9)

При известном значении угла по (10.8) или (10.9) можно определить отрезок времени. в течение которого должно быть восстановлено питание на секции шин С1 (см. рис. 10.1).

Затормаживание двигателя (увеличение отрицательного значения угла  $\theta$ ) будет подчиняться уравнению (10.1) при  $P_{\pi} = 0$ 

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = P_{\rm M}$$

или

$$\frac{T_{\pi}}{50 \cdot 360} \frac{d^2 \theta}{dt^2} = P_{\rm M}, \qquad (10.10)$$
$$T_{\pi} = \frac{GD_{\Sigma}^2 n_{\rm HOM}^2}{365 P_{\rm HOM} 10^3}, \ c \qquad (10.11)$$

гле

является электромеханической постоянной времени электропривода;  $GD_{\Sigma}^2 = GD_{\pi}^2 + GD_{M}^2$  – суммарный маховый момент электропривода, т · м<sup>2</sup>; n<sub>ном</sub> – номинальная частота вращения, об/мин.; P<sub>ном</sub> – номинальная мощность на валу электродвигателя, МВт;  $\theta$  – угол вылета, эл. град; t – время, с;  $P_{\rm M}$  – тормозная мощность, о. е.

Уравнение (10.10) для удобства решения можно представить

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = k ,$$
  
$$k = \frac{50 \cdot 360}{T_{\pi}} P_{\rm M} .$$

где

Прямое £-преобразование этого уравнения дает изображение функции

$$s^2\theta(s) - s\,\theta(0) - \theta'(0) = \frac{k}{s}\,,$$

здесь  $\theta(0) = \theta_0$  – начальный угол вылета ротора – угол нормального режима (см. рис. 10.2, 10.3);  $\theta'(0)$  – значение скорости изменения угла в момент нарушения режима, в данном случае  $\theta'(0) = 0$ .

Изображение функции

$$\Theta(s) = \frac{\Theta_0}{s} + \frac{k}{s^3}.$$

Обратное £-преобразование дает оригинал – искомую функцию

(10.11)

$$\theta(t) = \theta_0 + \frac{50 \cdot 360}{T_{\pi}} P_{\rm M} \frac{t^2}{2} \,. \tag{10.12}$$

При известном значении угла  $\theta_{\text{доп}}$  время  $t_{\text{доп}}$  вычисляется по формуле

$$t_{\text{доп}} = \sqrt{\frac{(\theta_{\text{доп}} - \theta_0)T_{\text{д}}}{9000P_{\text{M}}}}, \text{ c.}$$
 (10.13)

Если это время оказывается меньше времени срабатывания ABP  $t_{\rm доп} < t_{\rm ABP}$  , (10.14)

то двигатель выходит из синхронизма и переходит в асинхронный режим.

Длительная работа синхронного двигателя в асинхронном режиме не допускается: либо он должен быть отключен, либо ресинхронизирован с сетью.

Ресинхронизация обеспечивается форсировкой возбуждения  $i_{в\phi}$  с целью увеличения синхронизирующей силы

$$F_{\rm cunxp} = \frac{dP}{d\theta} = \frac{U_{\rm c}E_{q\phi}}{x_{d\Sigma}}\cos\theta + \frac{x_d - x_q}{x_{d\Sigma}x_{q\Sigma}}U_{\rm c}^2\cos2\theta , \qquad (10.15)$$

где  $E_{q\phi} = i_{B\phi}$ , о. е.

Успешная ресинхронизация произойдет, если момент на валу двигателя будет в пределах граничной скорости вращения: от  $n_{rp}$  до синхронной  $n_c$ 

$$n_{\rm rp} = 1 - 0.06 \sqrt{\frac{m_{\rm max}}{T_{\rm g}}} i_{\rm B\phi} ,$$
 (10.16)

где  $m_{\text{max}}$  – максимальный момент двигателя при синхронной частоте вращения, о. е.;  $i_{\text{вф}}$  – кратность форсировки возбуждения, о. е.;  $T_{\text{д}}$  – электромеханическая постоянная времени, – см. (10.11), с.

Условие успешной ресинхронизации

$$n_{\rm rp} < n_a < n_{\rm c}$$
, o. e. (10.17)

При снижении напряжения величина  $n_a$  уменьшается (см. § 7.3) и если будет  $n_a < n_{rp}$  – ресинхронизации двигателя не произойдет (рис. 10.4).

Средством повышения динамической устойчивости синхронного двигателя является автоматический регулятор возбуждения, который при исчезновении напряжения на секции подстанции увеличивает возбуждение двигателя и тем самым повышает амплитуду угловой характеристики, что дает рост площади ускорения.

В соответствии с критерием динамической устойчивости двигателя  $S_{\rm T} < S_{\rm y}$  устойчивость повышается.



Рис. 10.4. Иллюстрация условия ресинхронизации синхронного двигателя

**Пример 10.1.** Определение возможности выпадения синхронного двигателя из синхронизма и ресинхронизации.

Исходные данные. Схема питания приведена на рис. 10.1.

Параметры элементов схемы:

мощность энергосистемы  $S_c = 450 \text{ MB} \cdot \text{A}$ , напряжение  $U_c = 115 \text{ kB}$ ;

трансформаторы T1, T2,  $S = 25 \text{ MB} \cdot \text{A}$ ,  $U_{\text{B}} = 115 \text{ кB}$ ,  $U_{\text{H}} = 6,3 \text{ кB}$ ,  $U_{\text{K}} = 10,5 \text{ \%}$ ;

двигатель неявнополюсный синхронный Д2 СТМП, P=4 МВт, U=6 кВ,  $n_{\rm c}=3000$  об/мин,  $\cos\varphi=0.9$ ,  $\eta=0.97$ ,  $x_{d\,{\rm kar}}=2.37$ ,  $x'_{d\,{\rm kar}}=0.15$ ,  $GD_{\rm A}^2=0.6$  т · м<sup>2</sup>, коэффициент загрузки  $\kappa_3=0.8$ ; форсировка возбуждения  $i_{\rm BO}=2.5$ ;

максимальный момент  $m_{\text{max}} = 2$ ;

рабочий механизм имеет маховый момент  $GD_{\rm M}^2 = 0.8 \ GD_{\rm M}^2$ ;

реактор сдвоенный PC 2·0,6 кА,  $x_{0,5} = 4$  %,  $\kappa_c = 0,5$ ; нагрузка H, *P*=4 MBT,  $\cos \varphi = 0.8$ ;

время ABP t = 1,5 с – время перерыва питания при отключении трансформатора T2.

#### Расчет

1. Базисная мощность  $S_6 = 10 \text{ MB} \cdot \text{A}$ , напряжение  $U_6 = 6 \text{ кB}$ ,  $I_6 = 0.96 \text{ кA}$ .

2. Приведение сопротивлений элементов схемы:

системы 
$$x_{\rm c} = \frac{S_6}{S} = \frac{10}{450} = 0,022$$
;

трансформатора

$$x_{\rm T} = \frac{u_{\rm K}\%}{100} \frac{S_{\rm d}}{S_{\rm T.HOM}} \left(\frac{U_{\rm T.HOM}}{U_{\rm d}}\right)^2 = \frac{10.5}{100} \frac{10}{25} \left(\frac{6.3}{6}\right)^2 = 0.046 ;$$

ветви реактора  $x_{0,5} = \frac{x_{0,5}\%}{100} \frac{I_6}{I_p} \frac{U_p}{U_6} = \frac{4}{100} \frac{0.96}{0.6} \frac{6}{6} = 0.064;$ 

двигателя 
$$x'_d = x'_{d \text{ кат}} \frac{S_6}{S_{\pi}} \eta_{\pi} \left( \frac{U_{\pi}}{U_6} \right)^2 = 0,15 \frac{10}{4,44} 0,97 = 0,326;$$

общее сопротивление

$$\begin{aligned} x'_{d\Sigma} &= x'_d + x_{0,5} + x_{\rm T} + x_{\rm c} = 0,458 \, ; \\ x_{d\Sigma} &= x_d + x_{0,5} + x_{\rm T} + x_{\rm c} = 2,5 \, . \end{aligned}$$

3. ЭДС переходная двигателя по (10.3)

$$E'_{q} = \frac{(U^{2} + x'_{d\Sigma}Q)(U^{2} + x_{d\Sigma}Q) + x'_{d\Sigma}x_{d\Sigma}P^{2}}{U\sqrt{(U^{2} + x_{d\Sigma}Q)^{2} + (x_{d\Sigma}P)^{2}}} =$$
  
= 
$$\frac{(1 + 0.458 \cdot 0.43)(1 + 2.5 \cdot 0.43) + 0.458 \cdot 2.5(0.8 \cdot 0.9)^{2}}{\sqrt{(1 + 2.5 \cdot 0.43)^{2} + (2.5 \cdot 0.8 \cdot 0.9)^{2}}} = 1.12$$

4. Амплитуда угловой характеристики до отключения питания и при восстановлении питания (*U* = 1)

$$P_{mI} = P_{mIII} = \frac{UE'_q}{x'_{d\Sigma}} \eta = \frac{1 \cdot 1,12}{0,458} 0,97 = 2,4$$
.

5. Угол вылета ротора до отключения питания

$$\theta_0 = \arcsin \frac{P_0}{P_{mIII}} = \arcsin \frac{0.8}{2.4} = 19.5^\circ.$$

6. Угол вылета по условию динамической устойчивости по (10.9)

$$\theta_{\text{доп}} = \arccos \frac{P_0 (180^\circ - 2\theta_0) \frac{\pi}{180} - P_{m\text{III}} \cos \theta_0}{P_{m\text{III}}} = = \arccos \frac{0.8 (180^\circ - 39^\circ) \frac{\pi}{180} - 2.4 \cos 19.5^\circ}{2.4} = 83^\circ.$$

 Допустимое время перерыва питания по условию динамической устойчивости по (10.13)

$$t_{\text{gon}} = \sqrt{\frac{(\theta_{\text{gon}} - \theta_0)T_{\text{g}}}{9000 - P_{\text{m}}}} = \sqrt{\frac{(83 - 19)6,7}{9000 \cdot 0,8}} = 0,24 \text{ c},$$

где T<sub>л</sub> – электромеханическая постоянная времени по (10.11)

$$T_{\rm A} = \frac{(GD_{\rm A}^2 + GD_{\rm M}^2) n_{\rm HOM}^2}{365P_{\rm HOM} 10^3} = \frac{(0.6 + 0.8 \cdot 0.6) \, 3000^2}{365 \cdot 4 \cdot 10^3} = 6.7 \, \rm c.$$

8. Сопоставляя время перерыва питания ABP t = 1,5 с с допустимым временем перерыва питания по условию устойчивости  $t_{\text{доп}} = 0,24$  с видно, что электродвигатель выйдет из синхронизма – динамическая устойчивость нарушается.

9. Ресинхронизация двигателя определяется по величине граничной скорости вращения (10.16)

$$n_{\rm rp} = 1 - 0.06 \sqrt{\frac{m_{\rm max}}{T_{\rm A}}} i_{\rm B\phi} = 1 - 0.06 \sqrt{\frac{2}{6.7}} 2.5 = 0.95$$
.

Подсинхронная скорость  $n_a = 0,98$ .

В соответствии с (10.17) должно быть  $n_{\rm rp} < n_a < n_{\rm c}$ , 0,95 < 0,98 < 1 – условие ресинхронизации выполняется.

## § 10.2. Динамическая устойчивость асинхронного электродвигателя

Динамическая устойчивость асинхронного электродвигателя (далее – двигателя) рассматривается здесь при перерыве питания. На рис. 10.5 представлена схема питания двигателя от секции шин двухтрансформаторной подстанции, в нормальном режиме которой секционный выключатель (ВС) отключен. На случай прекращения питания одной из секций шин предусматривается автоматическое включение резерва (ABP), т. е. автоматическое включение секционного выключателя с целью восстановления питания со стороны другой секции шин.



Рис. 10.5. Схема питания асинхронного электродвигателя

Динамическая устойчивость двигателя сохраняется, если он не останавливается и скорость вращения восстанавливается.

Оценка устойчивости может быть произведена при помощи уравнения динамического равновесия асинхронной машины

$$T_{\rm d} \frac{dn}{dt} = m_{\rm d} - m_{\rm M}, \qquad (10.18)$$

где  $T_{\rm g} = \frac{GD_{\Sigma}^2 n_{\rm c}^2}{365 P_{\rm HOM} 10^3}$  – электромеханическая постоянная времени, с;

 $GD_{\Sigma}^2$  – суммарный маховый момент электропривода, т · м<sup>2</sup>;  $P_{\rm HOM}$  – номинальная мощность двигателя, MBT;  $n_{\rm c}$  – синхронная частота вращения двигателя, об/мин.;  $m_{\rm d}$  – характеристика вращающего момента двигателя, о. е.;  $m_{\rm M}$  – характеристика тормозного момента рабочего механизма, о. е.

Характеристика вращающего момента двигателя описывается формулой Клосса (7.12).

Характеристика рабочего механизма представляется в общем случае формулой (7.14).

На рис. 10.6 построены характеристики двигателя и механизма, который имеет постоянный тормозной момент на валу.



Рис. 10.6. Механические характеристики асинхронного двигателя *m*<sub>д</sub>, рабочего механизма *m*<sub>м</sub> и характеристика потребляемого электродвигателем тока *I* 

При исчезновении питания характеристика двигателя I занимает положение II и двигатель под действием тормозного момента механизма начинает останавливаться.

Питание должно быть восстановлено и его характеристика должна занять вновь положение I, пока электродвигатель не снизил свою скорость вращения менее  $n_2$ , ибо при меньшей скорости вращения появляется отрицательный избыточный момент ( $-\Delta m$ ) и двигатель останавливается, несмотря на восстановление его характеристики. Причем, следует учитывать, что при снижении скорости вращения ток, потребляемый двигателем как показано на рис. 10.6, будет значительно больше номинального тока и поэтому повышенное падение напряжения на элементах сети вызовет снижение напряжения на выводах двигателя, что приведет к уменьшению ординат механической характеристики двигателя (см. III на рис. 10.6).

Оценку динамической устойчивости двигателя следует производить с учетом этого обстоятельства. При исчезновении питания двигатель будет останавливаться в соответствии с уравнением движения

$$T_{\rm m}\frac{dn}{dt} = -m_{\rm m} \,. \tag{10.19}$$

Решение уравнения (10.19) дает расчетную формулу

$$n(t) = n_0 - \frac{m_{\rm M}}{T_{\rm A}}t \ . \tag{10.20}$$

Время, в течение которого двигатель затормозится до частоты вращения  $n_2$ , определяется

$$t_2 = \frac{n_0 - n_2}{m_{\rm M}} T_{\rm g}, \, {\rm c} \,. \tag{10.21}$$

Если в промежутке этого времени на выводах двигателя напряжение восстанавливается, то происходит самозапуск двигателя. Естественно, восстановление напряжения должно быть таким, чтобы двигатель при затормаживании «оказался правее» абсциссы  $n_{2U}$  на рис. 10.6 и тогда будет обеспечен его самозапуск.

Для центробежных механизмов (с подшипниками качения), тормозной момент которых определяется зависимостью

$$m_{\rm M}=n^2$$
,

снижение скорости вращения при перерыве питания можно ориентировочно определить при помощи аппроксимации квадратичной кривой прямой линией, т. е. принять

$$m_{\rm M} = \kappa n$$
,

где к – угловой коэффициент. В этом случае по (10.19) имеем

$$T_{\rm d} \frac{dn}{dt} = -\kappa n$$

и решение имеет вид

$$n(t) = n_0 e^{-\frac{\kappa}{T_a} t}.$$
 (10.22)

Самозапуск асинхронных двигателей необходим, прежде всего, для тех рабочих механизмов, работа которых по условиям технологического процесса не может быть прекращена. Эти электроприводы имеют блокировку коммутационной аппаратуры, предотвращающую самопроизвольные отключения двигателей от сети.

При исчезновении напряжения на секции шин трансформаторной подстанции (см. рис. 10.5) происходит групповой выбег подключенных двигателей.

Примем, что запас электромагнитной энергии двигателей вызовет в начальный момент выбега одинаковое снижение их скорости, а затем, в зависимости от характеристик рабочих механизмов и величины маховых моментов, происходит индивидуальное затормаживание [31]. На рис. 10.7 показан групповой выбег электроприводов с различными параметрами.



Электропривод *l* обладает большим моментом инерции по сравнению с электроприводом *2* и поэтому его торможение происходит медленнее.

Электропривод 3, например с поршневым компрессором, быстро затормаживается и некоторое время находится в режиме стоянки под током пока напряжение на его выводах не станет достаточным для успешного самозапуска.

Этот электропривод с момента включения секционного выключателя  $(t_{ABP})$  не участвует в групповом самозапуске совместно с электроприводами 1 и 2, а имеет самозапуск с момента времени  $t_3$ .

Процесс выбега и самозапуска электроприводов рассчитывается при помощи уравнения динамического равновесия (10.18) и графиков механических характеристик методом численного интегрирования.

**Пример 10.2.** Расчет времени затормаживания асинхронного двигателя до скорости вращения *n*<sub>2</sub> (см. рис. 10.6) при исчезновении питания.

*Исходные данные.* Схема питания показана на рис. 10.5. Время ABP,  $t_{ABP} = 1,5$  с.

Двигатель: мощность  $P_{\text{ном}} = 2\text{MBT}$ ;  $U_{\text{ном}} = 6 \text{ кB}$ ;  $n_{\text{c}} = 3000 \text{ об/мин}$ ;  $\cos\varphi = 0.9$ ;  $\eta = 0.96$ ;  $n_{\text{ном}} = 2940 \text{ об/мин}$ ;  $(n_{\text{ном}} = 0.98 \text{ o. e.})$ ;  $GD_{\mu}^2 = 0.3 \text{ T} \cdot \text{M}^2$ ;  $GD_{\mu}^2 = 0.24 \text{ T} \cdot \text{M}^2$ .

Тормозной момент механизма равен номинальному моменту двигателя  $m_{\rm M} = m_{\rm HOM} = 1$  о. е. Частота вращения  $n_2 = 0,44$  о. е. – определяется по графикам рис. 10.6.

#### Расчет

1. Электромеханическая постоянная времени электропривода

$$T_{\rm p} = \frac{GD_{\Sigma}^2 n_{\rm c}^2}{365 P_{\rm HOM} 10^3} = \frac{0.54 \cdot 3000^2}{365 \cdot 2 \cdot 10^3} = 6.7 \text{ c}.$$

2. Время затормаживания до скорости  $n_2 = 0,44$  по (10.21)

$$t_2 = \frac{n_0 - n_2}{m_{\rm M}} T_{\rm g} = \frac{0.98 - 0.44}{1} 6.7 = 3.6 \text{ c}.$$

3. Время затормаживания до скорости  $n_{2U} = 0,53$  (см. рис. 10.6)

$$t_{2U} = \frac{n_0 - n_{2U}}{m_{\rm M}} T_{\rm A} = \frac{0.98 - 0.53}{1} \, 6.7 = 3 \, {\rm c}.$$

Если за этот промежуток времени не будет восстановлено напряжение, то двигатель затормозится до остановки.

Однако секционный выключатель от устройства ABP будет включен через  $t_{ABP} = 1,5$  с и поэтому динамическая устойчивость двигателя обеспечивается.

## § 10.3. Устойчивость синхронного и асинхронного электродвигателя при работе с поршневым компрессором

При работе электропривода переменного тока с поршневым компрессором в сети имеют место пульсации тока и колебания напряжения. При значительных колебаниях тока, возникающие механические усилия могут повредить изоляцию обмоток двигателя и нарушить крепление полюсов. Колебания напряжения вызывают изменение светового потока ламп.

При работе поршневого компрессора на его валу тормозной момент характеризуется периодической формой (рис. 10.8), которая может быть представлена спектром гармонических составляющих, получаемых разложением имеющейся формы момента в ряд Фурье [42]. Ряд Фурье может быть с известным приближением заменен рядом, содержащим конечное число членов

$$M_{\kappa} = M_{\kappa, cp} + \sum_{\nu=1}^{\kappa} \Delta M_{\nu} \sin\left(\nu \omega_{\mu} t + \psi_{\nu}\right), \qquad (10.23)$$

где  $M_{\kappa, cp}$  – постоянная часть тормозного момента, равная среднему значению момента;  $\nu$  – порядковый номер гармоники;  $\Delta M_{\nu}$  – амплитуда момента  $\nu$ -й гармоники;  $\omega_{\mu}$  – угловая частота основной гармоники тормозного момента компрессора;  $\psi_{\nu}$  – фазовый угол сдвига гармоник.



 $M_{\rm K} = f(\phi)$  и гармоники (1, 2, 3) его разложения

Устойчивость синхронного электропривода

В соответствии с уравнением движения Лагранжа для синхронной машины в вариациях (2.73) имеет место следующее равенство:

$$J\Delta\ddot{\theta} + D\Delta\dot{\theta} + C\Delta\theta = \sum_{\nu=1}^{\kappa} \Delta M_{\nu} \sin(\nu\omega_{\mu}t + \psi_{\nu}), \qquad (10.24)$$

где J – момент инерции вращающихся масс агрегата, кг·м·с<sup>2</sup>; D – коэффициент демпферного момента, двигателя, кг·м·с; C – синхронная жесткость двигателя, кг·м. UF

Здесь принимается, что вращающий момент синхронного двигателя равен среднему значению тормозного момента компрессора и поэтому эти величины исключены из равенства (10.24); агрегат представляется одномассовой системой.

Амплитуды колебаний ротора двигателя под воздействием амплитуд гармоничных составляющих на валу компрессора будут в первую очередь зависеть от угловой характеристики, по которой определяется синхронная жесткость *C*. На рис. 10.9 показана угловая характеристика явнополюсного двигателя, соответствующая формуле (1.18)

 $(\mathbf{r} - \mathbf{r})$ 

$$P_{\rm p} = \frac{\partial L_q}{x_d} \sin \theta + \frac{(x_d - x_q)}{2x_d x_q} U^2 \sin 2\theta.$$
(10.25)



По угловой характеристике для известной нагрузки двигателя определяется угол вылета ротора  $\theta_0$  (эл. град), который позволяет вычислить синхронную жесткость по (2.69),

$$C_{0} = \frac{UE_{q0}}{x_{d}}\cos\theta_{0} + \frac{x_{d} - x_{q}}{x_{d}x_{q}}U^{2}\cos2\theta_{0}, \text{ KF}\cdot\text{M}. \quad (10.26)$$

Демпферный момент двигателя *D* зависит от характеристики асинхронного момента.

Величина коэффициента D, определенная по численному значению входного момента  $M_{0.05}$  для скольжения s = 0.05, показана на рис. 10.10





Решение уравнения движения синхронного двигателя с поршневым компрессором (10.24) имеет две составляющие: одна описывает переходный процесс с момента начала колебаний, вторая – установившиеся колебания ротора двигателя с компрессором.

Переходный процесс через промежуток времени, примерно равный  $3\alpha^{-1}$  с,  $\left(\alpha = \frac{D}{2J}\right)$  практически прекратится, и изменения угла вылета ротора будут описываться формулой

$$\Delta \theta(t) = \sum_{\nu=1}^{k} \frac{\Delta M_{\nu}}{J} \rho_{\rm B} \sin\left(\nu \omega_{\mu} t + \psi_{\rm B}\right), \qquad (10.27)$$

где  $\rho_{\rm B}$  определяет собой амплитуды колебаний угла;

$$\Delta \theta_{\nu} = \frac{\Delta M_{\nu}}{J} \sqrt{\frac{1}{(\omega_{\rm c}^2 - \nu^2 \omega_{\mu}^2)^2 + \nu^2 \omega_{\mu}^2 b^2}},$$
 (10.28)

где  $\omega_{\rm c} = \sqrt{\frac{C}{J}}$  – круговая частота свободных колебаний ротора агрегата,

рад 
$$\cdot c^{-1}$$
;  $b = \frac{D}{J}$  – относительный коэффициент демпфирования.

Численное значение амплитуд колебаний можно выразить при помощи коэффициента усиления µ (см. § 5.2)

$$\Delta \theta_{\nu} = \mu \frac{\Delta M_{\nu}}{J\omega_{\rm c}^2},\tag{10.29}$$

где величина µ из (10.28) равна

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2 \omega_{\mu}^2}{\omega_c^2}\right)^2 + \left(\frac{b}{\omega_c}\right)^2 \frac{v^2 \omega_{\mu}^2}{\omega_c^2}}}.$$
(10.30)

Полученная форма коэффициента усиления позволяет использовать для определения колебаний ротора синхронного двигателя с компрессором обычные универсальные амплитудно-частотные кривые, представленные на рис. 5.3.

Видно, что при равенстве круговых частот  $v\omega_{\mu} = \omega_{c}$  наступает резонанс колебаний, при котором амплитуды угла  $\Delta \theta_{\nu}$  бесконечно возрастают, если влияние демпферной обмотки мало  $(D \rightarrow 0)$ .

### Устойчивость асинхронного электропривода

Движение асинхронного электропривода при работе с поршневым компрессором может быть рассмотрено при помощи уравнения Лагранжа в форме уравнения второго закона Ньютона для вращающегося тела

$$J\frac{d\omega}{dt} = M_{\mu}(\omega) - M_{\kappa}(\omega), \qquad (10.31)$$

где  $M_{\rm k}(\omega)$  – тормозной момент компрессора по (10.23);  $M_{\rm d}(\omega)$  – вращающий момент электродвигателя. Вращающий момент асинхронного электродвигателя может быть представлен на основе его механической характеристики (рис. 10.11).





Рабочая часть характеристики в диапазоне изменения частоты вращения от синхронной скорости  $\omega_c = 1$  до номинальной  $\omega_{\text{ном}} = (1 - s_{\text{ном}})\omega_c$  может быть описана зависимостью

$$m(\omega) = m_{\text{HOM}} + D(\omega_{\text{HOM}} - \omega), \text{ o. e.},$$
 (10.32)

$$D = tg\alpha = \frac{m_{HOM}}{\omega_c - \omega_{HOM}}.$$
 (10.33)

где

Принимаем, что вращающий момент асинхронного двигателя в нормальном режиме равен среднему значению тормозного момента компрессора, т. е.  $m_{\text{ном}} = m_{\text{к.ср}}$ , о. е., и тогда уравнение движения электропривода (10.31) будет таким

$$J\frac{d\omega}{dt} = D(\omega_{\text{HOM}} - \omega) + \sum_{\nu=1}^{k} \Delta M_{\nu} \sin(\nu \omega_{\mu} t + \psi_{\nu})$$
(10.34)

или

$$J\dot{\omega} + D\omega = D\omega_{\text{HOM}} + \sum_{\nu=1}^{k} \Delta M_{\nu} \sin(\nu \omega_{\mu} t + \psi_{\nu}). \qquad (10.35)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\omega(t) = \omega_{\text{HOM}} + \sum_{\nu=1}^{k} \frac{\Delta M_{\nu}}{J} \sin \psi_{\nu} \left[ \frac{a_{0} - \alpha}{\alpha^{2} + (\nu \omega_{\mu})^{2}} e^{-\alpha t} + \frac{1}{\nu \omega_{\mu}} \sqrt{\frac{a_{0}^{2} + (\nu \omega_{\mu})^{2}}{\alpha^{2} + (\nu \omega_{\mu})^{2}}} \sin (\nu \omega_{\mu} t + \psi_{\nu}) \right],$$
(10.36)

где  $a_0 = v \omega_{\mu} ctg \phi_v$ ;  $\alpha = \frac{D}{J}$  – декремент затухания переходного процесса.

После затухания переходного процесса, примерно через 3а, с, остаются колебания скорости от составляющих гармоник тормозного момента компрессора

$$\pm \Delta \omega_{\rm v} = \pm \frac{\Delta M_{\rm v}}{J \nu \omega_{\mu}} \sin \psi_{\rm v} \sqrt{\frac{a_0^2 + (\nu \omega_{\mu})^2}{\alpha^2 + (\nu \omega_{\mu})^2}} . \tag{10.37}$$

По амплитуде изменения скорости  $\pm \Delta \omega_{v}$  по графику  $I(\omega)$  (см. рис. 10.11) можно определить пульсации тока в питающей линии и колебания напряжения на шинах подстанции.

**Пример 10.3.** Расчет колебаний напряжения в сети при работе синхронного двигателя с поршневым компрессором.

Исходные данные. Принципиальная схема питания двигателя показана на рис. 10.12.

Синхронный двигатель типа СДН–20–49 с параметрами  $P_{\text{HOM}} = 2250 \,\text{кBT}, \cos \varphi = 0.85, U_{\text{HOM}} = 6 \,\text{кB}, n = 125 \,\text{об/мин}, \eta = 0.94, I_{\text{HOM}} = 275 \,\text{A}.$ 

Асинхронные моменты:  $m_{\text{max}} = 2$ ,  $m_{0,05} = 0.8$ . Параметры:  $x_d = 1.3$ ,

$$x_q = 0,7, GD^2 = 35,6 \text{ t} \cdot \text{m}^2, M_{\text{m.hom}} = 17550 \text{ kg} \cdot \text{m}, J = \frac{GD^2}{4g} = 907 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{c}^2.$$

Сопротивление кабеля  $z_{II} = 2$  Ом.

Двигатель имеет автоматический регулятор возбуждения (APB) по схеме компаундирования.

Компрессор двухрядный, шестиступенчатый, уравновешенный (маховик – ротор двигателя):  $P_{\kappa,\text{ном}} = 2\,090 \text{ кBr}, m = 125 \text{ об/мин}, диаграмма тормозного момента компрессора на рис. 10.8 – <math>M_{\kappa,\text{ср}} = 16000 \text{ кг} \cdot \text{м}, M_{\text{ном}} = 16341 \text{ кг} \cdot \text{м}.$ 

Амплитуды и частоты гармоник (из рис. 10.8):

$$\begin{split} \Delta M_1 &= 1000 \text{ Kg} \cdot \text{m} \ (6,25 \ \%), \ \omega_{\mu 1} &= 13,08 \text{ c}^{-1}; \\ \Delta M_2 &= 6000 \text{ Kg} \cdot \text{m} \ (37,5 \ \%), \ \omega_{\mu 2} &= 26,16 \text{ c}^{-1}; \\ \Delta M_3 &= 900 \text{ Kg} \cdot \text{m} \ (5,6 \ \%), \ \omega_{\mu 3} &= 39,24 \text{ c}^{-1}. \end{split}$$



### Расчет

1. Принимается для расчета наибольшая амплитуда второй гармоники

$$\Delta M_2 = 6000 \,\mathrm{kr} \cdot \mathrm{M}$$
 при  $\omega_{\mu 2} = 26,16 \,\mathrm{c}^{-1}.$ 

2. Коэффициент загрузки двигателя по моменту

$$\kappa_{3} = \frac{M_{\kappa.cp}}{M_{g.HOM}} = \frac{16\,000}{17\,550} = 0.9.$$

3. Сопротивления нагрузки и двигателя при к<sub>3</sub> = 0,9

$$z_{\rm H} = \frac{1}{0.9} = 1.1 \text{ o. e.}; r_{\rm H} = z_{\rm H} \cos \varphi = 1.1 \cdot 0.85 = 0.95;$$
  

$$x_{\rm H} = z_{\rm H} \sin \varphi = 1.1 \cdot 0.53 = 0.59;$$
  

$$x_{d\rm H} = x_d + x_{\rm H} = 1.3 + 0.59 = 1.89; \ x_{q\rm H} = 0.7 + 0.59 = 1.29;$$
  

$$r_{\rm ev} = 0.95 \quad (r_a = 0).$$

4. ЭДС двигателя по (1.5)

$$E_q = \frac{x_{dH}x_{qH} + r_{aH}^2}{z_H\sqrt{x_{qH}^2 + r_{aH}^2}} = \frac{1,89 \cdot 1,29 + 0,95^2}{1,1\sqrt{1,29^2 + 0,95^2}} = 1,88 \text{ o. e}$$

5. Угловая характеристика двигателя по (1.18)

$$P = \frac{UE_q}{x_d} \sin \theta + \frac{x_d - x_q}{2x_d x_q} U_c^2 \sin 2\theta =$$
  
=  $\frac{1 \cdot 1.88}{1.3} \sin \theta + \frac{0.6}{2 \cdot 1.3 \cdot 0.7} \sin 2\theta = 1.45 \sin \theta + 0.33 \sin 2\theta.$ 

6. График угловой характеристики построен на рис. 10.9. На графике P = 0.9,  $\theta_0 = 25^{\circ}$  (0,438 рад  $\cdot c^{-1}$ ).

7. Синхронная жесткость при этом угле по (10.26)

$$C_{0} = \frac{UE_{q}}{x_{d}} \cos \theta_{0} + \frac{x_{d} - x_{q}}{x_{d} x_{q}} U^{2} \cos 2\theta_{0} = \frac{1,88}{1,3} 0,9 + \frac{0,6}{1,3 \cdot 0,7} 0,64 = 1,7 \text{ o. e.};$$

$$C_{_{3\Pi}} = C_{0}\kappa_{_{3}} M_{_{\Pi,HOM}} = 1,7 \cdot 0,9 \cdot 17550 = 26850 \text{ kr} \cdot \text{m};$$

$$C_{_{M}} = \rho C_{_{3\Pi}} = 24 \cdot 26850 = 644434 \text{ kr} \cdot \text{m}.$$

8. Круговая частота собственных колебаний ротора агрегата

$$\omega_{\rm c} = \sqrt{\frac{C_{\rm M}}{J}} = \sqrt{\frac{644434}{907}} = 26,7 \ {\rm c}^{-1}.$$

9. Отношения частот

$$\frac{\omega_{\mu 1}}{\omega_{c}} = \frac{13,08}{26,7} = 0,48 \ ; \ \frac{\omega_{\mu 2}}{\omega_{c}} = \frac{26,06}{26,7} = 0,98 \ ; \ \frac{\omega_{\mu 3}}{\omega_{c}} = \frac{39,24}{26,7} = 1,46 \ .$$

Ближе всех к резонансу  $\frac{\omega_{\mu}}{\omega_{c}} = 1$  находится вторая гармоника мо-

мента компрессора и поэтому расчет продолжается для этой гармоники с амплитудой 37,5 %.

10. Демпферный коэффициент из графика рис. 10.10

$$D = \mathrm{tg}\beta = \frac{0.8M_{\mathrm{g,Hom}}}{\dot{\theta}} = \frac{0.8M_{\mathrm{g,Hom}}}{s\,\omega_{\mathrm{Hom}}} = \frac{0.8\cdot17\,550}{0.05\cdot314} = 894.3\,\mathrm{kG}\cdot\mathrm{M}\cdot\mathrm{c} \;.$$

Демпферный коэффициент, приведенный к валу агрегата  $D_{\rm M} = pD = 24 \cdot 894, 3 = 21463 \, {\rm kr} \cdot {\rm m} \cdot {\rm c}$ .

11. Коэффициент для расчетных кривых рис. 5.3

$$\frac{D_{\rm M}}{\sqrt{JC_{\rm M}}} = \frac{21463}{\sqrt{907\cdot 644\,436}} = 0,89$$

- 12. Коэффициент усиления колебаний по расчетным кривым рис. 5.3  $\mu = 1{,}15 \; .$
- 13. Амплитуда угла колебаний ротора по (10.29)

$$\Delta \theta_2 = \mu \frac{\Delta M_2}{C_{_{3\pi}}} = 1.15 \frac{6000}{26850} = 0.26 \text{ pag} \cdot \text{c}^{-1} \ (14.9^\circ).$$

14. Величина амплитуды пульсаций тока

$$\Delta I = \frac{C_0}{U\cos\phi} \Delta \theta = \frac{1,7}{1 \cdot 0.85} 0,26 = 0.52.$$

15. Колебания напряжения на шинах 6,3 кВ

$$\pm \Delta U = z_{\mu}(\pm \Delta I) = 2 (\pm 0.52 \cdot 275) = \pm 286 \text{ B}.$$

$$U_{\text{III}} = 6,3 \pm 0,29 \text{ kB}, U_{\text{III}} = 6,59 \div 6,01 \text{ kB}.$$

Размах изменения напряжения

$$\delta U = \frac{\pm \Delta U}{U_{\text{III.HOM}}} 100 = \frac{\pm 0.29}{6.3} 100 = \pm 4.6 \%$$

в пределах величины ±10 % по ГОСТ 13109-97.