## Глава 12

# Устойчивость электропривода при провале напряжения и снижении частоты

## § 12.1. Разбег, затормаживание и самозапуск асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором

Резкое и значительное снижение напряжения и частоты генераторов автономной электростанции, вызываемое включением асинхронной нагрузки, приводит к затормаживанию включенных электродвигателей и увеличению длительности разбега пускаемого электродвигателя. Характер и величина изменения скорости вращения электродвигателей, очевидно, зависят как от длительности и величины изменения напряжения и частоты, так и от параметров электропривода в целом.

При определенном характере изменения напряжения и частоты, включенные электродвигатели могут затормозиться до остановки, а разбег пускаемого электродвигателя может прекратиться. Если в этом случае коммутационная аппаратура электродвигателей не отключится, то при условии восстановления нормальных значений напряжения и частоты произойдет самозапуск электродвигателей.

Изменение скорости вращения включенных электродвигателей в большей или в меньшей степени (в зависимости от параметров электродвигателей) отразится на переходном процессе генератора.

В § 11.2 установлено, что до момента достижения пускаемым электродвигателем критического скольжения  $s_{\rm kp}$  электродвигатель заменяется сопротивлением  $z_{\rm k}$ , значение которого в период протекания переходного процесса генератора в указанном промежутке времени остается практически неизменным.

Следовательно, с некоторым приближением разбег пускаемого и поведение включенного электродвигателей до момента достижения ими критического скольжения, а также режим их выключателей в практических исследованиях можно рассматривать при заданном законе изменения напряжения и частоты.

При указанных условиях электромеханический переходный процесс асинхронного электродвигателя определяется уравнением

$$T_{\rm g} \frac{dn}{dt} = m_{\rm g}(n, U, f) - m_{\rm c}(n),$$
 (12.1)

где 
$$T_{\rm g} = \frac{GD^2 n_0}{375 M_{\rm HOM}}$$
 – постоянная времени вращающихся масс электро-

двигателя и приводного механизма;  $GD^2$  – маховой момент вращающихся частей электродвигателя и приводного механизма;  $M_{\text{ном}}$  – номинальный вращающий момент электродвигателя;  $m_{\text{д}}(n, U, f)$  – вращающий момент электродвигателя в функции скорости вращения, напряжения и частоты. Момент сопротивления приводного механизма  $m_{\text{c}}(n)$  определяется по формуле

$$m_{\rm c}(n) = m_{\rm cH} + \Delta m_{\rm v} n^p , \qquad (12.2)$$

где  $m_{ch}$  – начальный момент сопротивления или момент сопротивления на валу механизма, независящий от скорости вращения;  $\Delta m_y = m_y - m_{ch}$  – разность между моментом сопротивления установившегося режима и начальным моментом; p – показатель степени (для центробежных механизмов  $p \cong 2$ ).

При резком изменении скольжения изменение вращающего момента электродвигателя имеет очень сложный характер вследствие возникновения дополнительных электромагнитных моментов.

Однако, как показывают исследования, дополнительные вращающие моменты имеют либо малую величину, либо большую частоту пульсаций и поэтому в практических расчетах целесообразно использовать основную характеристику вращающего момента асинхронного электродвигателя [31].

Если в каталожных данных этой характеристики нет, то тогда ее строят по известному выражению Клосса

$$m_{\rm g} = \frac{2m_{\rm max}}{\frac{s_{\rm kp}}{s} + \frac{s}{s_{\rm kp}}}.$$
 (12.3)

Применение этой упрощенной зависимости ограничивается тем, что она относительно верно описывает характер изменения вращающего момента для электродвигателя с короткозамкнутым ротором нормального исполнения, но для электродвигателей с двойной клеткой на роторе и с глубоким пазом, построение механических характеристик отличается большой сложностью.

Мелешкин Г.А., Меркурьев Г.В. Устойчивость энергосистем. Книга 1. Глава 12. Устойчивость электропривода при провале напряжения и снижении частоты

В работе М.П. Костенко [29] механическая характеристика асинхронного электродвигателя определяется при помощи уточненного выражения

$$m_{\pi} = \frac{2m_{\max}(1 + s_{\kappa p})}{\frac{s_{\kappa p}}{s} + \frac{s}{s_{\kappa p}} + 2s_{\kappa p}},$$
(12.4)

или при помощи еще более точного выражения

$$m_{\pi} = \frac{2m_{\max}(1+\varepsilon_{\pi})}{\frac{s_{\kappa p}}{s} + \frac{s}{s_{\kappa p}} + 2\varepsilon_{\pi}},$$
(12.4, a)
$$\varepsilon_{\pi} = \frac{r_{1}}{r_{2}'}s_{\kappa p}.$$

где

Затруднения в построении характеристики по приведенным формулам вызваны отсутствием в каталожных данных величины критического скольжения  $s_{\rm kp}$  и коэффициента  $\varepsilon_{\rm d}$ . Ориентировочные значения последних могут быть установлены по паспортным данным  $m_{\rm max}$ ,  $m_{\rm n}$ ,  $s_{\rm HOM}$  ( $m_{\rm n}$  – пусковой момент электродвигателя) при помощи системы уравнений, полученных из выражений  $m_{\rm d}$  (s) для двух значений скольжения:  $s = s_{\rm HOM}$  и s = 1. Так, например, для формулы (12.4, a) система уравнений представится в следующем виде [41]:

$$1 = \frac{2m_{\max}(1 + c_r s_{\kappa p}) s_{HoM} s_{\kappa p}}{s_{\kappa p}^2 + s_{HoM}^2 + 2c_r s_{HoM} s_{\kappa p}^2};$$

$$m_{\pi} = \frac{2m_{\max}(1 + c_r s_{\kappa p}) s_{\kappa p}}{s_{\kappa p}^2 + 2c_r s_{\kappa p}^2 + 1},$$
(12.5)

где обозначено  $c_r = \frac{r_1}{r_1}$ 

Тогда

$$s_{\rm kp} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad (12.6)$$

$$a = (m_{\rm max} - m_{\rm I}) - s_{\rm HoM} m_{\rm I} (m_{\rm max} - 1);$$

$$b = 2s_{\rm HoM} m_{\rm max} (m_{\rm I} - 1);$$

$$s_{\rm HoM} [s_{\rm HoM} (m_{\rm max} - m_{\rm I}) - m_{\rm I} (m_{\rm max} - 1)].$$

где

C

c =

Значение  $c_r$  и, следовательно,  $\varepsilon_{\pi}$  определяется по любому уравнению системы (12.5), например по второму. Получим

$$\varepsilon_{\rm g} = \frac{m_{\rm g}(1 + s_{\rm kp}^2) - 2m_{\rm max}s_{\rm kp}}{2s_{\rm kp}(m_{\rm max} - m_{\rm g})}.$$
 (12.7)

Чтобы найти степень точности, с которой каждая из указанных формул (12.3), (12.4) описывает механическую характеристику асинхронного электродвигателя того или иного типа, были проведены соответствующие расчеты, причем типовые механические характеристики для электродвигателей с разными роторами (нормального исполнения, с двойной обмоткой и с глубоким пазом) были заимствованы из работы И.А. Сыромятникова [31].

Механическая характеристика для электродвигателя с ротором нормального исполнения, приведенная на рис. 12.1, а, построена по формуле (12.4, а). Как видно из рисунка, степень точности в этом случае более чем удовлетворительная.

Механические характеристики для электродвигателя с ротором с глубоким пазом (рис. 12.1, б) построены по формулам (12.3)–(12.4, а). Наиболее точно рассматриваемую зависимость описывает выражение (12.4, а) при значении  $s_{\rm kp}$ , определяемом из системы уравнений (12.5). Однако сама величина  $s_{\rm kp}$  в этом случае имеет завышенное значение. Критическое скольжение, приближающееся к действительному значению, можно определять по формуле (12.4) при подстановке в нее  $s = s_{\rm hom}$ , т. е.

$$s_{\rm kp} = \frac{m_{\rm max}s_{\rm HOM} + \sqrt{(m_{\rm max}s_{\rm HOM})^2 - [1 - 2s_{\rm HOM}(m_{\rm max} - 1)]s_{\rm HOM}^2}}{1 - 2s_{\rm HOM}(m_{\rm max} - 1)}.$$
 (12.8)

Наконец, механические характеристики для электродвигателя с ротором с двойной обмоткой (рис. 12.1, в) построены также по формулам (12.3)–(12.4, а). В этом случае расхождение расчетных кривых с типовой больше, чем для электродвигателя с глубоким пазом. Но и здесь наиболее точно всю кривую описывает выражение (12.4, а) при значении  $s_{\rm kp}$ , определяемом из системы уравнений (12.5). Критическое скольжение, приближающееся к действительному значению, следует определять по выражению (12.8).

Таким образом, во всех трех случаях наиболее точно вся механическая характеристика описывается формулой (12.4, а). Однако при расчетах, связанных с определением изменения скольжения электродвигателя в пределах от нуля до  $s_{\rm kp}$ , соответствующий участок графика следует строить по формуле (12.4) при значении  $s_{\rm kp}$ , определяемом из выражения (12.8). При расчетах же пуска электродвигателя, когда рассматривается изменение скольжения в пределах от единицы до  $s_{\rm kp}$ , соответствующий участок графика отыскивается по формуле (12.4, а) при значении  $s_{\rm kp}$ , определяемом из равенства (12.6).



б - с глубокопазным ротором; в - с двойной обмоткой на роторе.

1 – типовые кривые; 2, 3, 4 – расчетные кривые, построенные по формулам (12.4, а), (12.4), (12.3), соответственно

Относительная точность формулы (12.4, а) может еще более снизиться, если действительная механическая характеристика будет отличаться от типовой. В подтверждение этого на рис. 12.2 приведена экспериментальная характеристика электродвигателя МР 52–6Щ2 мощностью 5 кВт при 965 об/мин с глубокопазным ротором.



Как видно из рисунка, механическая характеристика, построенная по формуле (12.4, а) для экспериментальных данных  $m_{\rm max}$ ,  $m_{\rm n}$  и  $s_{\rm HOM}$ , определяет все основные точки опытной кривой, но сложный характер последней не описывается указанной формулой.

Располагая аналитическим выражением механической характеристики, можно установить степень влияния на эту характеристику изменения напряжения и частоты. Как известно, при изменении напряжения и частоты действительны соотношения

$$m_{\max f} = m_{\max} \left(\frac{U}{f}\right)^2; \ s_{\kappa p f} = \frac{s_{\kappa p}}{f}; \ \varepsilon_{\beta f} = \frac{\varepsilon_{\beta}}{f}.$$

Тогда зависимость вращающего момента электродвигателя в функции скорости вращения, напряжения и частоты представится выражением

$$m_{\mu} = \frac{2m_{\max}s_{\kappa p}(f + \varepsilon_{\mu})(f - n)}{(f - n)^2 f^2 + 2\varepsilon_{\mu}s_{\kappa p}(f - n) + s_{\kappa p}^2} \left(\frac{U}{f}\right)^2.$$
 (12.9)

Очевидно, что решение уравнения динамического равновесия электродвигателя (12.1) в случае представления вращающего момента и момента сопротивления на его валу сложными нелинейными зависимостями, подобными (12.9), возможно лишь методом численного интегрирования. В этом случае известные графики изменения напряжения и частоты разбиваются по интервалам времени  $\Delta t_i$ , в каждом из которых величина напряжения и частоты принимается неизменной, равной среднему значению в этом интервале, как показано на рис. 12.3, а.

При принятых значениях напряжения и частоты последовательно для каждого интервала времени строятся графики вращающего момента электродвигателя. По этим графикам и известной характеристике момента сопротивления вычисляются значения избыточного момента на валу двигателя.

На рис. 12.3, б указанные графики вращающего момента работающего электродвигателя построены для моментов времени  $t_0$ ,  $t_1$ и  $t_2$  соответственно через интервалы времени  $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ ,  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ .

В любом интервале времени  $\Delta t_i$  независимо от типа характеристики момента сопротивления изменение избыточного момента  $m_{\rm изб}$ при затормаживании электродвигателя наиболее точно можно представить в виде линейной зависимости

$$m_{_{\rm H36}} = m_i \pm b_i t,$$

где  $m_i$  – величина избыточного момента в начале интервала;  $b_i = tg\alpha_i = \frac{m_i}{\Delta t_i}$  – угловой коэффициент, знак которого соответствует

наклону прямой избыточного момента относительно оси времени.

Тогда в каждом интервале уравнение (12.1) с наибольшей степенью точности может быть представлено в виде

$$T_{\rm m}\dot{n} = \pm (m_i \pm b_i t),$$
 (12.10)

где знаки перед скобками соответствуют положительному или отрицательному избыточному моменту.

Мелешкин Г.А., Меркурьев Г.В.Устойчивость энергосистем. Книга 1. Глава 12. Устойчивость электропривода при провале напряжения и снижении частоты



чс. 12.5. иллюстрация графо-аналитического способа расчет при известном изменении: а – напряжения и частоты; б – избыточного момента асинхронного электродвигателя по его изменяющейся механической характеристике

Решение этого уравнения дает зависимость изменения скорости вращения электродвигателя во времени в любом рассматриваемом интервале  $\Delta t_i$ 

$$n(t) = n(0) \pm \frac{m_i}{T_{\mu}}t \pm \frac{b_i}{2}t^2,$$

где n(0) – скорость вращения электродвигателя в начале интервала. Тогда приращение скорости вращения электродвигателя в каждом данном интервале времени  $\Delta t_i$  определится в виде

$$\pm \Delta n_i = n(t) - n(0) = (1 \pm 0.5) \frac{m_i}{T_{\pi}} \Delta t_i, \qquad (12.11)$$

где знак в скобках соответствует знаку углового коэффициента. Применяя последнее выражение последовательно для каждого интервала времени, можно построить график изменения скорости вращения электродвигателя в функции времени при изменении напряжения и частоты, причем эта зависимость может быть определена для любого из указанных типов электродвигателя с любым характером момента сопротивления на валу.

В зависимости от сложности исходных формул для вращающего момента и момента сопротивления можно применить или аналитический, или графо-аналитический способ расчета. При расчетах изменения скорости вращения электродвигателя в пределах от синхронной до критической (затормаживание) следует использовать формулу (12.11), обеспечивающую максимальную степень точности. При расчетах же, когда скорость вращения электродвигателя изменяется в пределах от нуля до критической, указанная формула неудобна вследствие относительной сложности определения угловых коэффициентов. Характер изменения механической характеристики в этом интервале скоростей позволяет воспользоваться обычным выражением для определения приращения скорости, а именно:

$$\pm \Delta n_i = \frac{\Delta m_i}{T_{\rm a}} \Delta t_i, \qquad (12.12)$$

где величина избыточного момента принимается неизменной на всем интервале времени.

Таким образом, для расчетов изменения скорости вращения работающих электродвигателей при резких изменениях напряжения и частоты сети следует использовать формулу (12.11), для расчетов же разбега пускаемого электродвигателя – выражение (12.12).

Точность расчета изменения скорости вращения электродвигателя по формуле (12.11) при заданном изменении напряжения и частоты в сети иллюстрируется рис. 12.4 и 12.5, на которых построены экспериментальные и расчетные кривые. Максимальная погрешность при расчете затормаживания электродвигателя не превосходит 8 %.

Мелешкин Г.А., Меркурьев Г.В.Устойчивость энергосистем. Книга 1. Глава 12. Устойчивость электропривода при провале напряжения и снижении частоты



нс. 12.5. Изменение скорости вращения асинхронного электродвигателя мощностью 5 кВт при 965 об/мин при длительном и значительном снижении напряжения и частоты в автономной энергосистеме: *I* – экспериментальная кривая; *2* – расчетная кривая

Чтобы выяснить степень влияния изменения напряжения и частоты на изменение скорости вращения электродвигателя, на рис 12.4 построены соответствующие графики при постоянстве частоты и напряжения. Как следует из сравнения этих графиков с экспериментальной кривой, пренебрежение изменением частоты или изменением напряжения при расчетах затормаживания электродвигателей приводит к большой погрешности. Мелешкин Г.А., Меркурьев Г.В. Устойчивость энергосистем. Книга 1. Глава 12. Устойчивость электропривода при провале напряжения и снижении частоты

l

Вышеизложенная методика расчета изменения скорости вращения электродвигателя при изменении напряжения и частоты сети основывается на формуле механической характеристики, расчет по которой величины вращающего момента электродвигателя несложен, но отличается громоздкостью.

Если обратиться к графикам изменения вращающего момента электродвигателя в функции напряжения и частоты, построенным по формуле (12.9), то можно установить, что при расчете разбега электродвигателя его механическую характеристику в пределах изменения скорости вращения от нуля до критической можно приближенно заменить прямой линией

$$m_{\pi}(n) = m_{\pi} + kn, \qquad (12.13)$$
$$\alpha = \mathrm{tg}\beta = \frac{m_{\mathrm{max}} - m_{\pi}}{n_{\mathrm{kp}}}.$$

где

Так как при изменении напряжения и частоты кратность максимального момента и величина критического скольжения определяются равенствами

$$m_{\max f} = m_{\max} \left(\frac{U}{f}\right)^2$$
,  $s_{\kappa p f} = \frac{s_{\kappa p}}{sf}$ ,  $n_{\kappa p f} = f - s_{\kappa p}$ ,

то угловой коэффициент этой прямой линии будет зависеть от напряжения и частоты. Однако в обычных пределах изменения частоты его величина почти не изменяется и при постоянном напряжении имеет место равенство

$$\frac{\frac{m_{\max}}{f^2} - m_{\pi f}}{f - s_{\kappa p}} = k = \text{const.}$$

Отсюда величина кратности пускового момента равна

$$m_{\mathrm{ff}} = \frac{m_{\mathrm{max}}}{f^2} - k \left( f - s_{\mathrm{kp}} \right).$$

Поэтому изменение вращающего момента электродвигателя, определяемое выражением (12.13), при изменении напряжения и частоты может быть представлено в виде

$$m_{\rm g}(n, U, f) = \left[\frac{m_{\rm max}}{f^2} - k(f - s_{\rm kp} - n)\right]U^2.$$
 (12.14)

Расчет разбега асинхронного короткозамкнутого электродвигателя при помощи этого выражения по сравнению с расчетом при помощи общей зависимости (12.9) значительно проще, а погрешность, как видно из сравнения экспериментального и расчетных графиков, приведенных на рис. 12.6, невелика. Мелешкин Г.А., Меркурьев Г.В.Устойчивость энергосистем. Книга 1. Глава 12. Устойчивость электропривода при провале напряжения и снижении частоты



**Пример 12.1**. Расчет разбега асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором, пускаемого от синхронного генератора.

Исходные данные. Электродвигатель мощностью  $P_{\rm g} = 50$  кВт при  $n_{\rm HOM} = 1470$  об/мин является приводом центробежного насоса и пускается от генератора прямым включением. Кратности пускового и опрокидывающего моментов равны  $m_{\rm H} = 1,6$ ,  $m_{\rm max} = 2,3$ . Механическая характеристика насоса по (12.2)  $m_{\rm c}(n) = 0,13 + 0,905n^2$ . Постоянная времени выбега электропривода  $T_{\rm g} = 0,9$  с. Механическая характеристика электродвигателя неизвестна.

Генератор мощностью 100 кВт приводится во вращение дизелем со скоростью  $n_{\rm HOM} = 1500$  об/мин. Графики изменения напряжения U(t) и частоты f(t) генератора при пуске от него электродвигателя представлены на рис. 12.7.

#### Расчет

1. Критическое скольжение электродвигателя для построения механической характеристики по (12.6) для вычисленных значений a = 0.66, b = 0.055, c = -0.04

$$s_{\rm kp} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-0.055 + \sqrt{0.055^2 + 4 \cdot 0.66 \cdot 0.04}}{2 \cdot 0.66} = 0.21.$$

Мелешкин Г.А., Меркурьев Г.В.Устойчивость энергосистем. Книга 1. Глава 12. Устойчивость электропривода при провале напряжения и снижении частоты



2. Коэффициент поправки характеристики по (12.7)

$$\varepsilon_{\pi} = \frac{m_{\pi}(1+s_{\kappa p}^2) - 2m_{\max}s_{\kappa p}}{2s_{\kappa p}(m_{\max}-m_{\pi})} = \frac{1.6(1-0.21^2) - 2\cdot 2.3\cdot 0.21}{2\cdot 0.21(2.3-1.6)} = 2.4.$$

3. Механическая характеристика электродвигателя по (12.4, а)

$$m_{\pi} = \frac{2m_{\max}(1+\varepsilon_{\pi})}{\frac{s_{\kappa p}}{s} + \frac{s}{s_{\kappa p}} + 2s_{\pi}} = \frac{4.6 \cdot 3.4}{\frac{0.21}{s} + \frac{s}{0.21} + 4.5}$$

4. Уточненная величина критического скольжения по (12.8)

$$s_{\rm kp} = \frac{m_{\rm max} s_{\rm HOM} + \sqrt{(m_{\rm max} s_{\rm HOM})^2 - [1 - 2 s_{\rm HOM} (m_{\rm max} - 1)] s_{\rm HOM}^2}}{1 - 2 s_{\rm HOM} (m_{\rm max} - 1)} = \frac{2,3 \cdot 0,02 + \sqrt{(2,3 + 0,02)^2 - [1 - 0,04 \cdot 1,3] 0,02^2}}{1 - 0,04 \cdot 1,3} = 0,12.$$

5. Угловой коэффициент спрямленной механической характеристики электродвигателя по (12.13)

$$k = \text{tg}\beta = \frac{m_{\text{max}} - m_{\pi}}{n_{\text{kp}}} = \frac{0.7}{0.88} = 0.8.$$

Рассматриваем первый интервал времени  $\Delta t_1 = 0,05$  с.

6. Напряжение и частота генератора по графикам, приведенным на рис. 12.7,

$$U_1 = 0,7$$
;  $f_1 = 0,98$ 

7. Вращающий момент электродвигателя по (12.14)

$$m_{\rm A1} = \left[\frac{2,3}{0,98^2} - 0,8(0,98 - 0,12 - 0)\right]0,7^2 = 0,84.$$

8. Момент сопротивления на валу насоса

$$m_{c1} = 0,13.$$

9. Избыточный момент

$$\Delta m_1 = m_{\rm g1} - m_{\rm c1} = 0,71.$$

10. Приращение скорости вращения электродвигателя по (12.12)

$$\Delta n_1 = \frac{\Delta m_1}{T_{\rm A}} \Delta t_1 = \frac{0.71}{0.9} \, 0.05 = 0.039.$$

11. Скорость вращения электродвигателя

$$n_1 = n(0) + \Delta n_1 = 0,039.$$

Рассматриваем второй интервал времени  $\Delta t_2 = 0,05$  с.

12. Напряжение и частота генератора по графикам, приведенным на рис. 12.7,

$$U_2 = 0,64, f_2 = 0,96.$$

13. Вращающий момент электродвигателя по (12.14)

$$m_{\mu 2} = \left[\frac{2,3}{0,96^2} - 0,8(0,96 - 0,12 - 0,039)\right]0,64^2 = 0,79.$$

14. Момент сопротивления по (12.2) (см. исходные данные)

$$m_{\rm c2} = m_{\rm cH} + \Delta m_{\rm y} n^2 = 0.13 + 0.905 \cdot 0.039^2 = 0.132.$$

15. Избыточный момент

$$\Delta m_2 = m_{\rm g2} - m_{\rm c2} = 0,79 - 0,132 = 0,658.$$

16. Приращение скорости по (12.12)

$$\Delta n_2 = \frac{\Delta m_2}{T_{\rm p}} \Delta t_2 = \frac{0.658}{0.9} \, 0.05 = 0.037.$$

17. Скорость вращения

$$n_2 = n_1 + \Delta n_2 = 0,076.$$

Продолжая подобным образом расчет, вычисляем весь график разбега электродвигателя с центробежным насосом. График построен на рис. 12.7. **Пример 12.2**. Расчет затормаживания и самозапуска асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором при значительном снижении напряжения и частоты в сети.

*Исходные данные.* Электродвигатель мощностью  $P_{\rm q} = 5$  кВт при  $n_{\rm HOM} = 965$  об/мин приводит во вращение центробежный насос. Кратности пускового и опрокидывающего моментов равны  $m_{\rm n} = 1,05$ ,  $m_{\rm max} = 1,94$ . Механическая характеристика насоса  $m_{\rm c}(n) = 0,5 + 0,535 n^2$ ; постоянная времени выбега  $T_{\rm q} = 0,26$  сек. Графики изменения U(t) и частоты f(t) представлены на рис. 12.5.

Расчет затормаживания

1. Критическое скольжения электродвигателя по (12.8)

$$s_{\kappa p} = 0,136$$

2. Вращающий момент электродвигателя в зависимости от его скорости вращения, напряжения, частоты сети для любого *i* -го интервала времени по (12.9) при  $\varepsilon_{\pi} \approx s_{\text{кр}}$ 

$$m_{\pi i} = \frac{2m_{\max}s_{\kappa p}(f+s_{\kappa p})(f-n)}{(f-n)^2 f^2 + 2s_{\kappa p}^2(f-n) + s_{\kappa p}^2} \left(\frac{U}{f}\right)^2 = \frac{0.528(f+0.136)(f-n)}{(f-n)^2 f^2 + 0.037(f-n) + 0.018} \left(\frac{U}{f}\right)^2.$$

Рассматриваем первый интервал времени  $\Delta t_1 = 0,05$  с.

3. Скорость вращения электродвигателя, напряжение и частота сети по рис. 12.5

$$n(0) = n_{\text{HOM}} = 0.965 ; U_1 = 0.85 ; f_1 = 0.99.$$

4. Вращающий момент электродвигателя по формуле п. 2

$$m_{\pi 1} = 0.56$$

5. Момент сопротивления на валу электродвигателя по (12.2) (см. исходные данные)

$$m_{\rm c1} = 0.5 + 0.535 \cdot 0.965^2 = 1.$$

6. Избыточный момент на валу электродвигателя

$$m_1 = m_{\mu 1} - m_{c1} = -0.44$$

7. Приращение скорости вращения электродвигателя по (12.11) с учетом знака « – » для углового коэффициента (см. рис. 12.3, б)

$$\Delta n_1 = (1 - 0.5) \frac{-0.44}{0.26} 0.05 = -0.042.$$

8. Скорость вращения электродвигателя

$$n_1 = n(0) + \Delta n_1 = 0,92.$$

Рассматриваем второй интервал времени  $\Delta t_2 = 0,05$  сек.

9. Напряжение и частота сети по рис. 12.5

$$U_2 = 0.78; f_2 = 0.975.$$

10. Вращающий момент электродвигателя по формуле п. 2

$$m_{\rm p12} = 0,43$$

11. Момент сопротивления по (12.2)

$$m_{\rm c2} = 0.5 + 0.535 \cdot 0.92^2 = 0.95.$$

12. Избыточный момент

$$m_2 = m_{\mu 2} - m_{c2} = 0,43 - 0,95 = -0,52$$

13. Приращение скорости вращения электродвигателя по (12.11) с учетом знака « – » для углового коэффициента

$$\Delta n_2 = (1 - 0.5) \frac{-0.52}{0.26} 0.05 = -0.05.$$

14. Скорость вращения электродвигателя

$$n_2 = n_1 + \Delta n_2 = 0.87$$

Продолжая подобным образом расчет, вычисляем весь график затормаживания электродвигателя до его остановки. При плавном изменении напряжения и частоты в промежутке времени 0,3–0,9 с (см. рис. 12.5) интервал  $\Delta t$  увеличиваем до 0,1 с. График затормаживания электродвигателя построен на рис. 12.5.

## Расчет самозапуска

1. Критическое скольжение электродвигателя по (12.6) для вычисленных значений a = 0,856, b = 0,007, c = -0,033

$$s_{\rm kp} = 0,194.$$

2. Коэффициент поправки характеристики по (12.7)

$$\epsilon_{\rm g} = 0,96.$$

3. Вращающий момент электродвигателя в зависимости от скорости вращения, напряжения и частоты сети по (12.9) для любого *i*-го интервала времени (см. п. 2 расчета затормаживания электродвигателя)

Мелешкин Г.А., Меркурьев Г.В.Устойчивость энергосистем. Книга 1. Глава 12. Устойчивость электропривода при провале напряжения и снижении частоты

$$m_{\rm pi} = \frac{0.75(f+0.96)(f-n)}{(f-n)^2 f^2 + 0.573(f-n) + 0.037} \left(\frac{U}{f}\right)^2$$

Рассматриваем первый интервал времени  $\Delta t_1 = 0,1$  с.

4. Скорость вращения электродвигателя, напряжение и частота сети по рис. 12.5

$$n(0) = 0; U_1 = 0,7; f = 0,99.$$

5. Вращающий момент электродвигателя по формуле п. 3

$$m_{\pi 1} = 0,53$$

6. Момент сопротивления на валу электродвигателя по (12.2) для n=0

$$m_{\rm c1} = m_{\rm cH} + \Delta m_{\rm v} n^2 = 0.5.$$

7. Избыточный момент на валу электродвигателя

$$\Delta m_1 = m_{\pi 1} - m_{\rm c1} = 0.03.$$

8. Приращение скорости вращения электродвигателя по (12.12)

$$\Delta n_1 = \frac{\Delta m_1}{T_n} \Delta t_1 = \frac{0.03}{0.26} 0.1 = 0.012.$$

9. Скорость вращения электродвигателя

$$n_1 = n(0) + \Delta n_1 = 0,012.$$

Рассматриваем второй интервал времени  $\Delta t_2 = 0,1$  с.

10. Напряжение и частота сети по рис. 12.5

$$U_2 = 0,77; f_2 = 0,99$$

 Вращающий момент по формуле п. 3 m<sub>2</sub> = 0,68.

12. Момент сопротивления по (12.2), п. 6

$$m_{c2} = 0.5 + 0.535 \cdot 0.012^2 = 0.5$$

13. Избыточный момент

$$\Delta m_2 = m_{\rm g2} - m_{\rm c2} = 0,18.$$

14. Приращение скорости вращения по (12.12)

$$\Delta n_2 = \frac{\Delta m_2}{T_{\rm p}} \Delta t_2 = \frac{0.18}{0.26} 0.1 = 0.07.$$

15. Скорость вращения электродвигателя

 $n_2 = n_1 + \Delta n_2 = 0,082.$ 

Продолжая подобным образом расчет, вычисляем весь график самозапуска электродвигателя. График построен на рис. 12.5. Приближенный расчет самозапуска может быть выполнен по упрощенной методике – по формуле (12.14). Сравнительные графики показаны на рис. 12.6.

## § 12.2. Критерии устойчивости асинхронных электроприводов при провале напряжения и частоты

Вопрос устойчивости работы электродвигателей механизмов тесно связан с эксплуатационными требованиями, которые предъявляются к работе этих механизмов. В некоторых случаях допустимо снижение скорости вращения вплоть до остановки механизма, но в пределах длительности протекания переходного процесса, вызвавшего затормаживание этих механизмов. Здесь предъявляется обязательное требование: при восстановлении напряжения в сети должен произойти самозапуск электропривода.

В последнем случае вопрос устойчивости необходимо рассматривать с точки зрения обеспечения условий самозапуска электродвигателей и устойчивости их коммутационной аппаратуры в совокупности с вопросом возможного срабатывания тепловой защиты при стоянке электродвигателей под током.

Таким образом, допустимое отклонение напряжения на шинах подстанции и в автономных электростанциях в общем случае определяется из условия обеспечения разгона пускаемого электродвигателя и сохранения устойчивой работы ранее включенных электродвигателей и коммутационной аппаратуры наиболее ответственных механизмов. Причем следует рассматривать электроприводы с минимальными значениями кратности опрокидывающего момента и электромеханической постоянной времени. Такие электроприводы быстро затормаживаются при снижении напряжения и частоты.

Предельное снижение скорости вращения электродвигателей – до границы опрокидывания – может определяться величиной критического скольжения. В этом случае может быть применен обычный критерий устойчивости асинхронного электродвигателя [28]

$$\frac{dm_{\rm A}}{ds} > 0$$
 при  $m_{\rm c} = {\rm const}$ 

или

$$\frac{dm_{\rm A}}{ds} - \frac{dm_{\rm c}}{ds} > 0$$
 при  $m_{\rm c} = m_{\rm c}(n)$ ,

где  $m_{\rm d}$  – вращающий момент электродвигателя;  $m_{\rm c}$  – момент сопротивления на валу электродвигателя.

Эти неравенства означают, что при снижении напряжения режим работы электродвигателя должен сохраняться на устойчивой части его механической характеристики. Величина опрокидывающего момента асинхронного электродвигателя зависит от напряжения и частоты

$$m_{\max}(U,f) = m_{\max}\left(\frac{U}{f}\right)^2,$$

где  $m_{\rm max}$  — кратность опрокидывающего момента электродвигателя при номинальных значениях напряжения и частоты. На основании этой зависимости и критерия устойчивости можно определить допустимый провал напряжения по условию сохранения устойчивой работы включенных электродвигателей

$$\Delta U_{\max} \le \left(1 - f \sqrt{\frac{m_{c.\kappa p}}{m_{\max}}}\right) 100\%, \qquad (12.15)$$

где  $m_{\rm c.kp}$  – момент сопротивления на валу электродвигателя при критическом скольжении  $s_{\rm kp}$  для вентиляторного момента, равный

$$m_{\rm c. \kappa p} = m_{\rm ch} + (m_{\rm y} - m_{\rm ch}) (1 - s_{\rm \kappa p})^2,$$

*m*<sub>сн</sub> – начальный момент сопротивления; *m*<sub>у</sub> – величина момента сопротивления (загрузка) в установившемся режиме работы электропривода.

Указанный критерий определяет устойчивость работы всей электроустановки в целом, ибо если электродвигатели в процессе затормаживания достигнут критических скольжений, то полные их сопротивления и коэффициент мощности резко уменьшатся и ток в цепи питания возрастет. Так как скорость вращения включенных электродвигателей снижается при достаточно большом и относительно длительном провале напряжения, дальнейшее уменьшение напряжения генератора вследствие роста потребляемого тока приведет к полному затормаживанию включенных и пускаемого электродвигателей, отключению общего выключателя или отключению коммутационных аппаратов электроприводов.

Разгон пускаемого электродвигателя обеспечивается при условии, что его пусковой момент, зависящий от напряжения и частоты, превосходит величину момента сопротивления на его валу

$$m_{\rm fr}(U, f) = m_{\rm fr} \frac{U^2}{f^3} > m_{\rm cH},$$
 (12.16)

где *m*<sub>п</sub> – кратность пускового момента электродвигателя при номинальных значениях напряжения и частоты.

Это неравенство может быть принято в качестве критерия разгона асинхронного или синхронного электродвигателя. Действительно,

взаимное расположение механических характеристик электродвигателя и рабочего механизма таково, что если пусковой вращающий момент электродвигателя в начале пуска превосходит момент сопротивления на его валу, то разгон электродвигателя происходит непрерывно вплоть до номинальной скорости вращения. Отсюда допустимое снижение напряжения по условию разгона пускаемого электродвигателя определяется соотношением

$$\Delta U_{\max} \le \left(1 - f \sqrt{f \frac{m_{cH}}{m_{\Pi}}}\right) 100\%.$$
(12.17)

Если в электроустановке при пуске электродвигателя допускается снижение скорости вращения ранее включенных электродвигателей в значительных пределах, то вопрос устойчивой работы электроустановки следует рассматривать с точки зрения обеспечения самозапуска всех электродвигателей.

Для успешного самозапуска электродвигателей величина напряжения в сети при данном изменении частоты должно удовлетворять неравенству

$$U_{\min} \ge f \sqrt{f \frac{m_{\rm CH}}{m_{\rm II}}} 100\%,$$
 (12.18)

в котором отношение  $\frac{m_{\rm cH}}{m_{\rm n}}$  должно иметь наибольшее значение для од-

ного из электродвигателей рассматриваемой группы электроприводов.

Это условие и критерии сохранения устойчивости электродвигателей могут быть приняты во внимание, если будет соблюдено условие устойчивости работы коммутационной аппаратуры. Нарушение устойчивой работы этой аппаратуры при провалах напряжения приводит к отключению электродвигателей от сети.

Электромагнитный и электромеханические процессы, возникающие в коммутационной аппаратуре, общая конструктивная схема которой показана на рис. 12.8, могут быть описаны системой трех дифференциальных уравнений [41]

$$u(t) = r_{1}i_{1} + \frac{d\psi_{1}}{dt};$$
  

$$0 = r_{2}i_{2} + \frac{d\psi_{2}}{dt};$$
  

$$m\frac{d^{2}x}{dt^{2}} + b\frac{dx}{dt} = F_{np}(x) - F_{_{3M}},$$
  
(12.19)

где индекс 1 соответствует активному сопротивлению r, току i и потокосцеплению  $\psi$  катушки, а индекс 2 – тем же величинам в короткозамкнутом витке; m – масса якоря с укрепленными на нем частями, приведенная к оси якоря; b – коэффициент трения в подшипниках;  $F_{\rm np}$  – сила пружин контактов и блок-контактов;  $F_{\rm 3M}$  – электромагнитная сила; x – координата движения якоря аппарата.



Рис. 12.8. Конструктивная схема коммутационной аппаратуры переменного тока

Решение системы нелинейных уравнений (12.19) в общем виде невозможно. Поэтому принимаются следующие допущения:

- пренебрегаем влияние короткозамкнутого витка;
- пренебрегаем сила трения в подшипниках;
- нелинейная зависимость коэффициента самоиндукции L(ix)

заменяется линейной  $L = L_0 - l x_3$ , где  $l = \frac{L_0 - L_x}{x_{30}}$ ,  $L_0$ ,  $L_x$  – индук-

тивности катушки соответственно при притянутом и при отпавшем якоре;  $x_{30}$  – воздушный зазор между сердечником и якорем аппарата при отпадании якоря;

• коэффициент жесткости пружин k считается неизменным, т. е. полагаем  $F_{\rm np}(x) = F_0 - kx_{\rm n}$ , где  $k = \frac{F_0 - F_{\rm H}}{x_{\rm nk}}$ ,  $F_0$ ,  $F_{\rm H}$  – конечное

и начальное усилия пружин контактов, *x*<sub>пк</sub> – «провал» контактов;

полагаем, что для малого изменения индуктивного сопротивления x производная произведения xi равна  $\frac{d}{dt}(xi) = 0;$ 

• в процессе преобразования принимается, что приближенно  $(i_0 + i)^2 \approx i_0^2 + 2i_0 i$ , где  $i_0$  – ток начального режима.

Тогда из (12.19) можно получить линейную систему уравнений

$$u(t) - r(i_{0} + i) - L_{0}\frac{di}{dt} + \chi = 0;$$

$$\left. -\frac{m}{l_{0}}\frac{dx}{dt} - \frac{k}{l_{0}}\int_{0}^{t}\chi dt + li_{0}i + F = 0,$$

$$\chi = li_{0}\frac{dx}{dt}, \quad F = F_{0} + l\frac{i_{0}^{2}}{2}.$$
(12.20)

где

Нарушение устойчивости аппарата наступает тогда, когда координата  $x_3$  становится равной критической величине воздушного зазора  $x_{30}$ , т. е. якорь аппарата отпадает. Функция u(t), входящая в систему уравнений и представляющая изменение напряжения при пуске электродвигателя, имеет, как известно, сложный вид. После подстановки выражения для этой функции в систему уравнений, решение последней относительно координаты движения представится таким громоздким уравнением, что возможность использования его в практических расчетах будет исключена.

Принимая во внимание, что: а) система линейных уравнений (12.20) получена на основании ряда допущений; б) параметры аппарата  $L_0, L_x$  обычно неизвестны; в) параметры  $F_0$  и  $F_{\rm H}$ , приводимые в каталогах, указаны в пределах своего минимального и максимального значений; г) в системе уравнений (12.20) нет возможности учесть изменение частоты сети, можно утверждать, что трудоемкая вычислительная работа не будет оправдываться точностью получаемого результата.

Анализ экспериментального материала по устойчивости коммутационной аппаратуры показывает, что при изменении напряжения в сети, вызываемым пуском электродвигателя, переходным процессом в катушке аппарата можно пренебречь из-за его ничтожной длительности. Кроме того, установлено, что если при определенном значении напряжения и частоты якорь аппарата начинает отпадать, то вследствие малости постоянной инерции якоря и относительно медленного изменения напряжения якорь отпадает сразу без какого-либо колебательного движения. Эти обстоятельства позволяют рассматривать работу коммутационной аппаратуры при изменении напряжения и частоты не в переходном режиме, а в статическом, и тогда критерием устойчивости аппаратуры может служить равенство электромагнитной силы притяжения  $F_{_{\rm ЭМ}}$  и противодействующей силы пружин контактов и блокконтактов  $F_{_{\rm ПD}}$  вместе с весом якоря и прикрепленных к нему частей  $p_{_{\rm Я}}$ 

$$F_{_{\rm 3M}} = F_{_{\rm TD}} + p_{_{\rm S}} = F_{_{\rm M}} \tag{12.21}$$

( *F*<sub>м</sub> – механическая сила аппарата).

Электромагнитная сила аппарата как подъемная сила электромагнита определяется выражением

$$F_{\rm PM} = \frac{B^2 S_{\rm g}}{2\mu_0} = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 S_{\rm g}}, \ \kappa \Gamma \cdot {\rm M/c^2},$$

где  $B, \Phi$  – индукция, Гс и магнитный поток, Мкс в сердечнике аппарата;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость воздуха, равная  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м;  $S_{\pi}$  – площадь поперечного сечения якоря аппарата, м<sup>2</sup>.

Подставляя в эту формулу выражение для магнитного потока

$$\Phi = \frac{iL(i)}{w},$$

где w – число витков и L(i) – коэффициент самоиндукции катушки с железным сердечком, можно получить

$$F_{\rm PM} = \frac{1}{2\mu_0 w^2 S_{\rm g}} i^2 L^2(i).$$
(12.22)

Сила тока в катушке аппарата

$$i = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + [2\pi fL(i)]^2}}.$$

Пренебрегая здесь величиной  $r_1^2$ , получим

$$i^2 L^2(i) = \frac{U^2}{4\pi^2 f^2}.$$

Вводя это выражение в формулу (12.22), подставляя значения величин  $\pi$ ,  $\mu_0$  и выражая сечение якоря в квадратных миллиметрах, получим следующую формулу для вычисления электромагнитной силы притяжения аппарата в функции абсолютных значений напряжения и частоты сети

$$F_{_{\rm 3M}} = \frac{1028 \cdot 10^6}{S_{_{\rm 3}} w^2} \left(\frac{U}{f}\right)^2, \, \text{кг},$$
(12.23)

где напряжение берется в вольтах, а частота – в герцах.

Экспериментальные данные по величинам механических усилий в аппаратуре сопоставлены в табл. 12.1 с расчетными значениями электромагнитных усилий, развиваемых катушками аппаратов в момент нарушения устойчивости при зафиксированных на осциллограммах величинах напряжения и частоты. Как видно из таблицы, величина электромагнитной силы аппарата, вычисленная по формуле (12.23), хорошо совпадает с замеренной механической силой аппарата – погрешность не превосходит 6 %.

Экспериментальные и расчетные данные по устойчивости аппаратуры				
Тип аппаратуры	Параметры, характеризующие нарушение устойчивости		$F_{\rm M}$ , кг (эксперимент)	<i>F</i> <sub>эм</sub> , кг (расчет)
	Напряжение, В	частота, Гц		
ПМ	125 128,4	45,5 48,5	9,2	9,13 8,65
СУ	117,5 124	45,6 48,5	5,5	5,3 5,23
П	120	50	1,6	1,52

Таким образом, критерием устойчивости коммутационного аппарата может служить равенство между электромагнитной силой притяжения якоря  $F_{_{3M}}$  и противодействующей силой пружин (наибольшее значение конечного усилия сжатых пружин всех контактов) вместе с весом якоря и прикрепленных к нему частей  $F_{_{3M}}$ , т. е.  $F_{_{3M}} = F_{_{M}}$ .

Предельно допустимое напряжение в сети по условиям устойчивости коммутационной аппаратуры из (12.23)

$$U_{\min} \ge \frac{f}{U_{HOM}} \sqrt{\frac{F_{\rm M} S_{\rm R} \omega^2}{1028 \cdot 10^2}} \,100\,\%$$
(12.24)

(в правой части формулы все величины в абсолютной системе единиц).

Необходимо отметить важное обстоятельство, отраженное в критериях устойчивости силового электрооборудования (12.15), (12.17), (12.24), а именно: уменьшение частоты при провале напряжения улучшает условия разгона пускаемого электродвигателя (пусковой момент возрастает обратно пропорционально кубу частоты), повышает устойчивость ранее включенных электродвигателей и коммутационной аппаратуры (максимальный момент и соответственно сила притяжения возрастают обратно пропорционально квадрату частоты), и поэтому допускается большее снижение напряжения при сохранении устойчивости электроприводов.

Мелешкин Г.А., Меркурьев Г.В. Устойчивость энергосистем. Книга 1. Глава 12. Устойчивость электропривода при провале напряжения и снижении частоты

В соответствии с ограничением величины снижения напряжения до 0,8 о. е. кратность пускового момента пускаемого электродвигателя и начальный момент сопротивления приводного механизма по условию разгона этого электродвигателя должны (с учетом статизма регулятора первичного двигателя 0,03 о. е.) удовлетворять неравенству (12.16), т. е.

$$\frac{U_{\min}^2}{f^3} = 0,7 \ge \frac{m_{\rm cH}}{m_{\rm m}}$$

Из этого выражения следует, что на валу электродвигателя, пуск которого может быть осуществлен в момент наступления провала напряжения, момент сопротивления не должен превышать 70 % номинального пускового момента этого электродвигателя.

