## Глава 2

## Практические методы расчета установившихся режимов энергосистем

Для расчета установившегося режима должны быть заданы источники ЭДС/тока в узлах и параметры элементов схемы замещения энергосистемы. Результатом расчета являются напряжения в узлах схемы, токи и мощности продольных и поперечных ветвей схемы, потери мощности в элементах схемы.

Из известных методов расчета электрических режимов [3] для расчетов установившихся режимов энергосистем используется метод узловых напряжений. Этот метод вытеснил остальные методы, т. к. позволяет сравнительно просто и однозначно сформировать систему узловых уравнений, матрица узловых проводимостей легко корректируется при изменении коэффициентов трансформации трансформаторных ветвей и при коммутациях ветвей.

#### § 2.1. Расчет установившегося режима методом узловых напряжений

Для расчета режима необходимо сформировать и решить систему узловых уравнений. Формирование системы узловых уравнений целесообразно рассмотреть на примере простой конкретной схемы, представленной на рис. 2.1.



Рис. 2.1. Схема замещения электрической сети

Определив искомые узловые напряжения, которые являются фазными напряжениями, можно найти токи ветвей, генерацию, потребление и перетоки мощности, потери в сети и другие величины, необходимые для анализа режима.

Узлы схемы нумеруются подряд. В схеме на рис. 2.1 пять узлов, опорный узел нулевого потенциала (нейтраль) имеет номер «**0**» и обозначен символом «земли». Чтобы упростить запись, полагаем, что трансформаторные ветви представлены П-схемой замещения, тогда

$$Y_{12} = Y_{21} \; , \; \; Y_{13} = Y_{31} \; , \; \; Y_{23} = Y_{32} \; , Y_{24} = Y_{42} \; , \; \; Y_{34} = Y_{43} \; , \;$$

а шунты в узлах схемы включают в себя поперечные проводимости П-схем замещения линий, трансформаторов, а также нерегулируемых компенсирующих устройств (батарей конденсаторов и реакторов). Если трансформаторные ветви имеют комплексный коэффициент трансформации, в начальные и конечные узлы таких ветвей включаются также задающие токи поперечных источников тока П-схемы замещения  $\dot{J}_{\rm трi}$ , определяемые по формулам (1.15) и (1.16).

Нагрузка и генерация могут быть представлены идеальными или реальными источниками тока. Задающие токи идеальных источников тока определяются по формулам (1.30) и (1.32). Если нагрузка и генерация замещается реальными источниками тока, то их собственная проводимость включается в шунт  $Y_{i0}$  узла, а задающие токи  $\dot{J}_{H\Gamma i}$  и  $\dot{J}_{\Gamma i}$  определяются по формулам (1.31) и (1.33).

Напряжение в опорном узле принимаем равным нулю, за условное положительное направление токов принимаем направление токов к узлу, и для всех узлов, кроме опорного, записываем уравнения по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{split} Y_{12}(\dot{U}_2-\dot{U}_1)+Y_{13}(\dot{U}_3-\dot{U}_1)-Y_{10}\dot{U}_1+\dot{J}_{_{\Gamma 1}}-\dot{J}_{_{H\Gamma 1}}&=0,\\ Y_{21}(\dot{U}_1-\dot{U}_2)+Y_{23}(\dot{U}_3-\dot{U}_2)+Y_{24}(\dot{U}_4-\dot{U}_2)-Y_{20}\dot{U}_2+\dot{J}_{_{\Gamma 2}}-\dot{J}_{_{H\Gamma 2}}&=0,\\ Y_{31}(\dot{U}_1-\dot{U}_3)+Y_{32}(\dot{U}_2-\dot{U}_3)+Y_{34}(\dot{U}_4-\dot{U}_3)-Y_{30}\dot{U}_3+\dot{J}_{_{\Gamma 3}}-\dot{J}_{_{H\Gamma 3}}&=0,\\ Y_{42}(\dot{U}_2-\dot{U}_4)+Y_{43}(\dot{U}_3-\dot{U}_4)-Y_{40}\dot{U}_4+\dot{J}_{_{\Gamma 4}}-\dot{J}_{_{H\Gamma 4}}&=0. \end{split}$$

После преобразований систему узловых уравнений можно записать в виде:

$$\begin{cases} Y_{11}\dot{U}_1 - Y_{12}\dot{U}_2 - Y_{13}\dot{U}_3 &= \dot{J}_1, \\ -Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 - Y_{23}\dot{U}_3 - Y_{24}\dot{U}_4 &= \dot{J}_2, \\ -Y_{31}\dot{U}_1 - Y_{32}\dot{U}_2 + Y_{33}\dot{U}_3 - Y_{34}\dot{U}_4 &= \dot{J}_3, \\ & -Y_{42}\dot{U}_2 - Y_{43}\dot{U}_3 + Y_{44}\dot{U}_4 &= \dot{J}_4, \end{cases}$$

$$(2.1)$$

где  $Y_{11} = Y_{12} + Y_{13} + Y_{10}$ ,  $Y_{22} = Y_{21} + Y_{23} + Y_{24} + Y_{20}$ ,  $Y_{33} = Y_{31} + Y_{32} + Y_{34} + Y_{30}$ ,  $Y_{44} = Y_{42} + Y_{43} + Y_{40}$  – собственные проводимости узлов,  $\dot{J}_i = \dot{J}_{\Gamma i} - \dot{J}_{H\Gamma i}$  – результирующие задающие токи узлов.

В систему узловых уравнений (2.1) входят независимые уравнения. Решение системы дает вектор искомых фазных напряжений  $\dot{U}_i$ , i = 1, 2, 3, 4. Система уравнений является нелинейной справа, т. к. результирующие задающие токи узлов зависят от напряжений, которые нужно найти. Если в собственные проводимости узлов входят нелинейные шунты, текущие параметры которых зависят от режима, то система будет также нелинейной слева. Решение нелинейной системы можно найти только методом последовательных приближений.

На первый взгляд кажется, что для получения решения достаточно в качестве начальных значений напряжений узлов задать номинальные напряжения и ориентировать векторы напряжений по оси вещественных комплексной плоскости, задать активную и реактивную мощности нагрузки, активную и реактивную мощности генераторов задать равной мощности нагрузки с учетом примерной оценки потерь мощности в сети, и применить какой-либо метод решения системы нелинейных уравнений. Итерации прекращаются по достижении заданной точности сведения балансов токов.

При такой постановке задачи итерационный процесс или расходится, или дает решение, как правило, не соответствующее условиям задачи, т. к. система нелинейных уравнений может иметь несколько решений. Для получения решения, имеющего смысл, необходимо учесть физические свойства объекта, для которого составлена система уравнений.

Чтобы получить напряжения узлов, соответствующие условиям задачи, необходимо в ходе итеративного решения системы уравнений контролировать и регулировать напряжения в узлах схемы. Уже давно установлено [12], что представление генерации в схеме только PQ-генераторами препятствует получению заведомо существующего решения и является причиной неоднозначного решения нелинейной системы узловых уравнений или нарушения условий существования решения. Изменение модуля вектора задающего тока PQ-генератора в пределах диапазона допустимых значений при изменении напряжения узла не контролируется и не ограничивается, а по углу этот вектор жестко привязан к вектору напряжения. Поведение PQ-генератора в итеративном процессе не соответствует поведению реального генератора при изменении режима сети. Для регулирования напряжения необходимо во всех или в некоторых генераторных узлах схемы *PQ*-генераторы заменить регулируемыми *PU*- или *PEq*-генераторами, которые, поддерживая заданное значение модуля напряжение, позволяют векторам задающего тока и напряжения узлов поворачиваться на различные углы в пределах, определяемых заданным регулировочным диапазоном реактивной мощности (возбуждения) генератора. Регулируемые генераторы обеспечивают уровень напряжений, соответствующий условиям задачи, и участвуют в сведении баланса реактивных составляющих токов (мощностей) в рассматриваемой схеме.

Генераторные узлы с регулируемыми генераторами называют опорными узлами. Опорные узлы необходимо выбирать таким образом [13], чтобы фазовые углы между напряжениями любого узла с PQ-генератором или нагрузочного узла и ближайшего опорного узла не превышали 30 - 35°. Это практически устраняет затруднения, связанные с неоднозначностью и нарушением условий существования решения нелинейной системы уравнений.

Очевидно, если вектор  $\dot{U}_i$ , i = 1, 2, 3, 4, является решением системы уравнений (2.1) при некоторой ориентации векторов задающих токов узлов, то ее решениями также будут векторы из комплексов  $\dot{U}_i e^{j\delta}$ , где  $\delta$  – произвольный угол, если на этот угол повернуть векторы задающих токов  $\dot{J}_i e^{j\delta}$ . При подстановке комплексов  $\dot{U}_i e^{j\delta}$  и  $\dot{J}_i e^{j\delta}$ в систему (2.1) общий множитель  $e^{j\delta}$  сокращается. Чтобы исключить неконтролируемое вращение векторов в ходе итераций, препятствующее сведению баланса токов (мощностей), и обеспечить однозначное расположение векторов задающих токов и напряжений на комплексной плоскости, достаточно в одном из опорных узлов задать фазу напряжения.

Опорный узел, в котором задан комплекс напряжения, т. е. модуль напряжения и его угол или реальная и мнимая части комплекса, называется *базисным узлом*. Обычно вектор напряжения в базисном узле ориентируют по оси вещественных комплексной плоскости, тогда угол или мнимая часть комплекса напряжения базисного узла равны нулю, что удобно при анализе режима.

Если комплекс напряжения в базисном узле задан, число искомых переменных в системе узловых уравнений уменьшается на единицу. Чтобы привести в соответствие число уравнений с числом искомых переменных, необходимо исключить одно уравнение. Можно исключить уравнение любого узла. Узел, уравнение которого исключают, называется *балансирующим узлом*. Задающий ток балансирующего узла определяется после расчета напряжений узлов непосредственно по его уравнению, т. е. этот узел замыкает баланс токов (мощностей) в рассматриваемой схеме.

В качестве балансирующего узла часто выбирают базисный узел, то есть баланс токов (мощностей) замыкают в базисном узле. Если базисный узел одновременно является балансирующим, его целесообразно называть *базисно-балансирующим*. При наличии в схеме опорных узлов выбор в качестве базисного и балансирующего узлов различных узлов схемы не дает каких-либо преимуществ. Кроме того, при анализе статической устойчивости методом утяжеления режима базисный и балансирующий узлы должны быть совмещены, § 3.1. Поэтому в программах расчета установившихся режимов возможность выбора в качестве базисного и балансирующего узлов различных генераторных узлов схемы обычно не предусматривают.

При нумерации узлов, как правило, базисный узел получает последний номер, а балансирующий – предпоследний, чтобы избежать перенумерации узлов при формировании системы уравнений. Пусть в рассматриваемой схеме, рис. 2.1, третий узел является балансирующим, а четвертый – базисным. Тогда система узловых уравнений преобразуется к виду:

$$\begin{cases} Y_{11}\dot{U}_1 - Y_{12}\dot{U}_2 - Y_{13}\dot{U}_3 = \dot{J}_1, \\ -Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 - Y_{23}\dot{U}_3 = \dot{J}_2 + Y_{24}\dot{U}_4, \\ -Y_{42}\dot{U}_2 - Y_{43}\dot{U}_3 = \dot{J}_4 - Y_{44}\dot{U}_4. \end{cases}$$
(2.2)

Решение (2.2) дает искомые напряжения, после чего по вычеркнутому третьему уравнению определяется результирующий задающий ток третьего узла, что замыкает баланс токов в схеме.

Если в схеме на рис. 2.1 четвертый узел назначить базиснобалансирующим, система уравнений (2.1) преобразуется к виду

$$\begin{cases} Y_{11}\dot{U}_{1} - Y_{12}\dot{U}_{2} - Y_{13}\dot{U}_{3} = \dot{J}_{1}, \\ -Y_{21}\dot{U}_{1} + Y_{22}\dot{U}_{2} - Y_{23}\dot{U}_{3} = J_{2} + Y_{24}\dot{U}_{4}, \\ -Y_{31}\dot{U}_{1} - Y_{32}\dot{U}_{2} + Y_{33}\dot{U}_{3} = \dot{J}_{3} + Y_{34}\dot{U}_{4}. \end{cases}$$
(2.3)

Решения систем уравнений (2.2) и (2.3) будут различаться, выбор балансирующего или базисно-балансирующего узла влияет на полученное решение системы узловых уравнений. Формализованных правил выбора этих узлов нет, при выборе учитываются особенности конкретных схем и опыт проведения расчетов.

Следует подчеркнуть, что в базисно-балансирующем узле в отличие от балансирующего узла вектор напряжения при итеративном решении системы уравнений не может вращаться, что иногда может препятствовать получению заведомо существующего решения. Например, промышленные программы не позволяют найти режим передачи натуральной мощности в двухузловой схеме с линией длиной более 600 км, если первый узел назначить базисно-балансирующим, а во втором узле включить активную нагрузку или PQ-генератор мощностью, равной натуральной мощности линии. Итеративный процесс сходится, но дает нереальный режим. Достаточно разнести базисный и балансирующий узлы, назначить второй узел базисным, а первый – балансирующий узлы, назначить реальный режим за одну итерацию. Если программа не позволяет разнести базисный и балансирующий узлы, для получения решения следует изменить тип второго узла, в этом узле должен быть PU или PEq-генератор/компенсатор, что обеспечивает поворот вектора напряжения второго узла на большой угол (более 30°) в ходе итеративного балансирования режима.

Как следует из вышеизложенного, для проведения расчетов установившихся режимов необходима следующая исходная информация:

- схема замещения электрической сети и параметры ее элементов, текущие значения коэффициентов трансформации, состояние ветвей (отключенные с одной или двух сторон ветви),
- полная мощность нагрузки в нагрузочных узлах,
- полная мощность нерегулируемых генераторов,
- уставки активной мощности и напряжения регулируемых генераторов,
- располагаемый диапазон изменения реактивной мощности *PU*генераторов, зависящий от числа включенных в узле генераторов и их загрузки по активной мощности, или пределы изменения модуля синхронной ЭДС *PEq*-генераторов.

Классическая постановка задачи расчета установившегося режима методом узловых напряжений не позволяет иметь несколько балансирующих узлов, т. к. число искомых напряжений должно быть равно числу уравнений, но можно назначить несколько базиснобалансирующих узлов. Однако в этом случае необходимо корректно задать модули и углы напряжений в этих узлах, например, методом последовательных приближений.

Если для решения системы узловых уравнений применяется метод Ньютона, имеется возможность изменить классическую постановку задачи и назначить в схеме один базисный и несколько балансирующих узлов или сбалансировать режим за счет регулирующего эффекта нагрузки при неноминальной частоте, § 2.2.

#### § 2.2. Методы решения системы узловых уравнений

Классические методы решения системы нелинейных узловых уравнений подробно рассмотрены в учебниках и монографиях, например [13, 14, 15], поэтому можно ограничиться кратким описанием их свойств.

Суть различных численных методов решения системы нелинейных узловых уравнений одна и та же – итеративное уточнение начальных значений напряжений в узлах. При так называемом «плоском старте» начальные значения напряжений в узлах с *PU*-генераторами задают равными уставке напряжения, в остальных узлах принимают номинальные значения напряжений. Векторы напряжений ориентируют на комплексной плоскости так же, как вектор напряжения в базисном узле (обычно совмещают с осью вещественных). Зная напряжения в узлах, можно определить задающие токи генераторных и нагрузочных узлов, что дает возможность решить систему уравнений и найти новые значения напряжений. В процессе итераций происходит поворот векторов задающих токов и напряжений на комплексной плоскости и корректируются их модули, контролируются ограничения режима регулируемых генераторов. Итерации прекращаются по достижении заданной точности расчета.

Основными характеристиками итерационного метода являются:

- условия и надежность сходимости к решению, чувствительность к точности начального приближения,
- скорость сходимости, характеризуемая необходимым числом итераций для получения решения с заданной точностью,
- характер сходимости апериодический или колебательный,
- сложность алгоритма и потребность в ресурсах компьютера при его реализации.

Метод Гаусса. При решении системы узловых уравнений на каждой итерации методом Гаусса получить решение удается только для простых схем. Как показано в § 2.3, применять метод Гаусса для расчета напряжений нельзя, если нагрузка и генерация представлены идеальными источниками тока. В современных программах метод Гаусса используется для преобразования матрицы узловых проводимостей при приближенном эквивалентировании схем, а также для определения поправок напряжений при решении системы узловых уравнений методом Ньютона.

Метод Зейделя. Является поузловым методом с простым и удобным для программирования алгоритмом. Преобразуем систему уравнений (2.3) с учетом выражений (1.30) и (1.32) к виду

$$\begin{cases} \dot{U}_{1} = \frac{1}{Y_{11}} \left( Y_{12}\dot{U}_{2} + Y_{13}\dot{U}_{3} + \frac{\dot{S}_{\Gamma 1} - \dot{S}_{H\Gamma 1}}{\hat{U}_{1}} \right), \\ \dot{U}_{2} = \frac{1}{Y_{22}} \left( Y_{21}\dot{U}_{1} + Y_{23}\dot{U}_{3} + Y_{24}\dot{U}_{4} + \frac{\dot{S}_{\Gamma 2} - \dot{S}_{H\Gamma 2}}{\hat{U}_{2}} \right), \\ \dot{U}_{3} = \frac{1}{Y_{33}} \left( Y_{31}\dot{U}_{1} + Y_{32}\dot{U}_{2} + Y_{34}\dot{U}_{4} + \frac{\dot{S}_{\Gamma 3} - \dot{S}_{H\Gamma 3}}{\hat{U}_{3}} \right). \end{cases}$$
(2.4)

После расчета задающих токов узлов с контролем ограничений режима регулируемых генераторов одно за другим вычисляются напряжения  $\dot{U}_1$ ,  $\dot{U}_2$  и  $\dot{U}_3$ . При вычислении  $\dot{U}_2$  используется новое, только что полученное значение  $\dot{U}_1$ , а при вычислении  $\dot{U}_3$  – новые значения  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ . В общем виде

$$\dot{U}_{i}^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left( \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} \dot{U}_{j}^{(k+1)} + \sum_{j=i+1}^{n} Y_{ij} \dot{U}_{j}^{(k)} + \frac{\dot{S}_{ri} - \dot{S}_{Hri}}{\hat{U}_{i}} \right),$$
(2.5)

где *k* – номер итерации.

Сходимость метода Зейделя зависит от начального приближения, от размеров и конфигурации схемы, от типа генераторов, от положения балансирующего узла в схеме и других факторов [15]. Для получения решения требуется большое количество (несколько сотен) итераций в зависимости от числа узлов и конфигурации схемы. Для ускорения сходимости при апериодическом характере приближения к решению можно применить ускоряющие коэффициенты, при колебательном – замедляющие.

Метод Зейделя имеет самостоятельное значение, а также находит применение в стартовых алгоритмах решения системы уравнений методом Ньютона, чувствительного к точности начального приближения. Начав решение сформированной системы уравнений методом Зейделя, можно установить, какие из регулируемых генераторов выходят на ограничение по реактивной мощности, и при переходе к методу Ньютона сразу перевести эти генераторы в разряд PQ-генераторов на достигнутом ограничении. В результате сокращается количество преобразований, необходимых для регулирования напряжения в опорных узлах, и число итераций.

Метод Ньютона. Является основным методом решения системы узловых уравнений. При его практической реализации есть затруднения, но по мере развития вычислительной техники метод Ньютона вытеснил метод Зейделя, т. к. обладает быстрой и более надежной сходимостью, которая практически не зависит от размеров схемы, позволяет выполнять расчет предельных по статической устойчивости режимов, дает возможность рассчитывать установившиеся режимы при неноминальной частоте.

Перепишем систему уравнений (2.3) в виде

$$w_{I1}(\dot{U}_{1},\dot{U}_{3},\dot{U}_{3}) = Y_{11}\dot{U}_{1} - Y_{12}\dot{U}_{2} - Y_{13}\dot{U}_{3} - \frac{\dot{S}_{\Gamma 1} - \dot{S}_{H\Gamma 1}}{3\hat{U}_{1}} = 0,$$

$$w_{I2}(\dot{U}_{1},\dot{U}_{3},\dot{U}_{3}) = -Y_{21}\dot{U}_{1} + Y_{22}\dot{U}_{2} - Y_{23}\dot{U}_{3} - Y_{24}\dot{U}_{4} - \frac{\dot{S}_{\Gamma 2} - \dot{S}_{H\Gamma 2}}{3\hat{U}_{2}} = 0,$$

$$w_{I3}(\dot{U}_{1},\dot{U}_{3},\dot{U}_{3}) = -Y_{31}\dot{U}_{1} - Y_{32}\dot{U}_{2} + Y_{33}\dot{U}_{3} - Y_{34}\dot{U}_{4} - \frac{\dot{S}_{\Gamma 3} - \dot{S}_{H\Gamma 3}}{3\hat{U}_{3}} = 0.$$
(2.6)

Эту систему уравнений можно записать также в форме баланса мощностей

$$\begin{cases} w_{S1}(\dot{U}_{1},\dot{U}_{3},\dot{U}_{3}) = Y_{11}U_{1}^{2} - Y_{12}\dot{U}_{2}\dot{U}_{1} - Y_{13}\dot{U}_{3}\dot{U}_{1} - \frac{\dot{S}_{r1} - \dot{S}_{Hr1}}{3} = 0, \\ w_{S2}(\dot{U}_{1},\dot{U}_{3},\dot{U}_{3}) = -Y_{21}\dot{U}_{1}\hat{U}_{2} + Y_{22}U_{2}^{2} - Y_{23}\dot{U}_{3}\hat{U}_{2} - Y_{24}\dot{U}_{4}\hat{U}_{2} - \frac{\dot{S}_{r2} - \dot{S}_{Hr2}}{3} = 0, (2.7) \\ w_{S3}(\dot{U}_{1},\dot{U}_{3},\dot{U}_{3}) = -Y_{31}\dot{U}_{1}\hat{U}_{3} - Y_{32}\dot{U}_{2}\hat{U}_{3} + Y_{33}U_{3}^{2} - Y_{34}\dot{U}_{4}\hat{U}_{3} - \frac{\dot{S}_{r3} - \dot{S}_{Hr3}}{3} = 0. \end{cases}$$

Если линеаризовать уравнения в системах (2.6), (2.7) т. е. разложить функции балансов токов  $w_{li}$  или мощностей  $w_{Si}$  в ряд Тейлора, оставив только линейные члены разложения, можно получить систему уравнений для определения поправок напряжений. Однако функции балансов содержат сопряженные комплексы напряжений, поэтому не являются аналитическими (не имеют частной производной по комплексам напряжений), что не позволяет дифференцировать эти функции в комплексном виде. Для преодоления этого затруднения приходится переходить от комплексных переменных к действительным, что удваивает число переменных и число уравнений.

При использовании обычной формы записи комплексов напряжений новыми переменными являются реальная U' и мнимая U'' части комплексов. Если использовать тригонометрическую форму записи, новыми переменными будут модуль U и угол  $\delta_U$  напряжений в узлах. Поэтому возможны четыре способа записи уравнений – в форме баланса токов, в форме баланса мощностей и с использованием переменных U', U'' или  $U, \delta_U$ . Дополнительные вариации в запись уравне-

ний вносит возможность использования для комплексов проводимостей обычной и тригонометрической форм, комплексы мощностей всегда записывают в обычной форме.

Балансы токов в системе (2.6) с переменными U', U'' можно разделить на балансы реальной I' и мнимой I'' составляющих токов:

$$w_{I'i} = g_{ii}U'_i - b_{ii}U''_i - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{4} \left(g_{ij}U'_j - b_{ij}U''_j\right) - \frac{P_{\Gamma i}U'_i - Q_{\Gamma i}U''_i}{3U_i^2} + \frac{P_{\mathrm{Hr}i}(U_i)U'_i - Q_{\mathrm{Hr}i}(U_i)U''_i}{3U_i^2}, \qquad (2.8)$$

$$w_{I''_{i}} = b_{ii}U'_{i} + g_{ii}U''_{i} - \sum_{\substack{j=1, \\ j\neq i}}^{4} (b_{ij}U'_{j} + g_{ij}U''_{j}) - \frac{Q_{ri}U'_{i} + P_{ri}U''_{i}}{3U_{i}^{2}} + \frac{Q_{Hri}(U_{i})U'_{i} + P_{Hri}(U_{i})U''_{i}}{3U_{i}^{2}}, \qquad (2.9)$$

где  $U_i^2 = U_i'^2 + U_i''^2$ .

Разлагая функции  $w_{I'i}$  и  $w_{I''i}$  в ряд Тейлора, линеаризованную систему уравнений в форме баланса токов для расчета поправок реальной и мнимой частей напряжений можно записать в виде:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}}\right]_{\mathbf{U}^{(k)}} \Delta \mathbf{U} = -\mathbf{W} \left(\mathbf{U}^{(k)}\right), \qquad (2.10)$$

где *k* – номер итерации, 
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \end{bmatrix}_{\mathbf{U}^{(k)}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{W}_{I'}}{\partial \mathbf{U}'} & \frac{\partial \mathbf{W}_{I'}}{\partial \mathbf{U}'} \\ \frac{\partial \mathbf{W}_{I''}}{\partial \mathbf{U}'} & \frac{\partial \mathbf{W}_{I''}}{\partial \mathbf{U}''} \end{bmatrix}_{\mathbf{U}^{(k)}}$$
 – матрица про-

изводных (матрица Якоби) на k-й итерации, с матрицами-клетками

$$\frac{\partial \mathbf{W}_{I'}}{\partial \mathbf{U}'} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_{I'1}}{\partial U'_1} & \frac{\partial w_{I'1}}{\partial U'_2} & \frac{\partial w_{I'1}}{\partial U'_3} \\ \frac{\partial w_{I'2}}{\partial U'_1} & \frac{\partial w_{I'2}}{\partial U'_2} & \frac{\partial w_{I'2}}{\partial U'_3} \\ \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U'_1} & \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U'_2} & \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U'_3} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbf{W}_{I'}}{\partial \mathbf{U}''} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_{I'1}}{\partial U''_1} & \frac{\partial w_{I'1}}{\partial U''_2} & \frac{\partial w_{I'1}}{\partial U''_3} \\ \frac{\partial w_{I'2}}{\partial U''_1} & \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U''_2} & \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U''_3} \\ \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U''_1} & \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U'_2} & \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U''_3} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbf{W}_{I'}}{\partial \mathbf{U}''_1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_{I'1}}{\partial U''_1} & \frac{\partial w_{I'1}}{\partial U''_2} & \frac{\partial w_{I'2}}{\partial U''_3} \\ \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U''_1} & \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U''_2} & \frac{\partial w_{I'3}}{\partial U''_3} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}_{I''}}{\partial \mathbf{U}'} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_{I''1}}{\partial U_1'} \frac{\partial w_{I''1}}{\partial U_2'} \frac{\partial w_{I''1}}{\partial U_3'} \\ \frac{\partial w_{I''2}}{\partial U_1'} \frac{\partial w_{I''2}}{\partial U_2'} \frac{\partial w_{I''2}}{\partial U_3'} \\ \frac{\partial w_{I''3}}{\partial U_1'} \frac{\partial w_{I''3}}{\partial U_2'} \frac{\partial w_{I''3}}{\partial U_3'} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbf{W}_{I''}}{\partial \mathbf{U}''} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_{I''1}}{\partial U_1''} \frac{\partial w_{I''1}}{\partial U_2''} \frac{\partial w_{I''2}}{\partial U_3''} \\ \frac{\partial w_{I''3}}{\partial U_1''} \frac{\partial w_{I''3}}{\partial U_2'} \frac{\partial w_{I''3}}{\partial U_3'} \\ \frac{\partial w_{I''3}}{\partial U_1''} \frac{\partial w_{I''3}}{\partial U_2''} \frac{\partial w_{I''3}}{\partial U_3''} \end{bmatrix},$$

 $\Delta \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}' \\ \Delta \mathbf{U}'' \end{bmatrix}$  – вектор поправок реальных и мнимых составляющих

комплексов напряжений,

$$\Delta \mathbf{U}' = \left(\mathbf{U}'^{(k+1)} - \mathbf{U}'^{(k)}\right) = \begin{bmatrix} U_1'^{(k+1)} - U_1'^{(k)} \\ U_2'^{(k+1)} - U_2'^{(k)} \\ U_3'^{(k+1)} - U_3'^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta U_1' \\ \Delta U_2' \\ \Delta U_3' \end{bmatrix},$$
$$\Delta \mathbf{U}'' = \left(\mathbf{U}''^{(k+1)} - \mathbf{U}''^{(k)}\right) = \begin{bmatrix} U_1''^{(k+1)} - U_1''^{(k)} \\ U_2''^{(k+1)} - U_2''^{(k)} \\ U_3''^{(k+1)} - U_3''^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta U_1'' \\ \Delta U_2' \\ \Delta U_3'' \end{bmatrix}$$

 $\mathbf{W}(\mathbf{U}^{(k)}) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}(\mathbf{U}'^{(k)}) \\ \mathbf{W}(\mathbf{U}''^{(k)}) \end{bmatrix}$  – вектор балансов реальной и мнимой состав-

ляющих токов на k-й итерации,

$$\mathbf{W}\left(\mathbf{U}^{\prime(k)}\right) = \begin{bmatrix} w_{I'1}^{(k)} \\ w_{I'2}^{(k)} \\ w_{I'3}^{(k)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}\left(\mathbf{U}^{\prime\prime(k)}\right) = \begin{bmatrix} w_{I'1}^{(k)} \\ w_{I''2}^{(k)} \\ w_{I''3}^{(k)} \end{bmatrix}$$

Диагональные элементы матриц-клеток в (2.10) вычисляются по формулам:

$$\begin{split} \frac{\partial w_{I'i}}{\partial U'_{i}} &= g_{ii} - \frac{P_{ri} \left( U_{i}^{2} - 2U_{i}^{\prime 2} \right) - 2Q_{ri} U_{i}^{\prime} U_{i}^{\prime\prime}}{3U_{i}^{4}} + \frac{\partial}{\partial U_{i}^{\prime}} \left[ \frac{P_{\text{Hr}i} (U_{i}) U_{i}^{\prime} - Q_{\text{Hr}i} (U_{i}) U_{i}^{\prime}}{3U_{i}^{2}} \right], \\ \frac{\partial w_{I'i}}{\partial U_{i}^{\prime\prime}} &= -b_{ii} + \frac{Q_{ri} \left( U_{i}^{2} - 2U_{i}^{\prime 2} \right) + 2P_{ri} U_{i}^{\prime} U_{i}^{\prime\prime}}{3U_{i}^{4}} + \frac{\partial}{\partial U_{i}^{\prime\prime}} \left[ \frac{P_{\text{Hr}i} (U_{i}) U_{i}^{\prime} - Q_{\text{Hr}i} (U_{i}) U_{i}^{\prime}}{3U_{i}^{2}} \right], \\ \frac{\partial w_{I'i}}{\partial U_{i}^{\prime}} &= b_{ii} - \frac{Q_{ri} \left( U_{i}^{2} - 2U_{i}^{\prime 2} \right) - 2P_{ri} U_{i}^{\prime} U_{i}^{\prime\prime}}{3U_{i}^{4}} + \frac{\partial}{\partial U_{i}^{\prime}} \left[ \frac{Q_{\text{Hr}i} (U_{i}) U_{i}^{\prime} + P_{\text{Hr}i} (U_{i}) U_{i}^{\prime}}{3U_{i}^{2}} \right], \end{split}$$

$$\frac{\partial w_{I''i}}{\partial U_i''} = g_{ii} - \frac{P_{\Gamma i} \left( U_i^2 - 2U_i''^2 \right) - 2Q_{\Gamma i} U_i' U_i''}{3U_i^4} + \frac{\partial}{\partial U_i''} \left[ \frac{Q_{\mathrm{H}\Gamma i} \left( U_i \right) U_i' + P_{\mathrm{H}\Gamma i} \left( U_i \right) U_i''}{3U_i^2} \right].$$

Диагональные элементы зависят от напряжений вследствие нелинейности справа исходной системы уравнений (2.3). В этих выражениях частные производные для активной и реактивной составляющих токов нагрузки не взяты. Если нагрузка имеет постоянную активную и реактивную мощности, производная будет такой же, как для генератора, но с противоположным знаком. При учете зависимости мощности нагрузки от напряжения и частоты токи нагрузки дифференцируются после подстановки выражений для СХН.

Недиагональные элементы матриц-клеток постоянны, каждый из них равен активной или реактивной межузловой проводимости:

$$\frac{\partial w_{I'i}}{\partial U'_{j}} = -g_{ij}, \quad \frac{\partial w_{I'i}}{\partial U''_{j}} = b_{ij}, \quad \frac{\partial w_{I''i}}{\partial U'_{j}} = -b_{ij}, \quad \frac{\partial w_{I''i}}{\partial U''_{j}} = -g_{ij}.$$

Следует заметить, что в отличие от рассматриваемого примера для реальных схем матрица Якоби получается слабозаполненной, доля ненулевых элементов матрицы составляет менее 10 %. Для хранения и обработки таких матриц используются специальные методы.

В программах расчета установившихся режимов чаще используют систему уравнений в форме баланса мощности с переменными U,  $\delta_U$ , при этом функции балансов полной мощности в системе уравнений (2.7) разделяются на балансы активной и реактивной мощностей:

$$w_{Pi} = g_{ii}U_i^2 - U_i \sum_{\substack{j=1,\\j\neq i}}^4 U_j \left( g_{ij} \cos \delta_{ji} - b_{ij} \sin \delta_{ji} \right) - \frac{P_{ri}}{3} + \frac{P_{Hri}(U_i)}{3}, (2.11)$$

$$w_{Qi} = b_{ii}U_i^2 - U_i \sum_{\substack{j=1,\\j\neq i}}^4 U_j \left(g_{ij}\sin\delta_{ji} + b_{ij}\cos\delta_{ji}\right) - \frac{Q_{\Gamma i}}{3} + \frac{Q_{H\Gamma i}(U_i)}{3}, \quad (2.12)$$

где  $\delta_{ji} = \delta_{Uj} - \delta_{Ui}$  – угол, отсчитываемый от вектора напряжения *i*-го узла к вектору напряжения *j*-го узла против часовой стрелки.

Эта форма записи позволяет уменьшить порядок системы узловых уравнений. Если в опорном узле реактивная мощность PU-генератора находится в пределах регулировочного диапазона  $Q_{\min} \div Q_{\max}$ , можно зафиксировать модуль напряжения в узле равным заданной уставке и исключить уравнение баланса реактивной мощности этого узла из системы уравнений, поскольку модуль напряжения в узле с PU-генератором определяется, прежде всего, реактивной мощ-

ностью генератора. В процессе итераций при определении поправок изменяется только угол напряжения в узлах с *PU*-генераторами. На каждой итерации контролируется значение реактивной мощности этих генераторов. При выходе на верхнее или нижнее ограничение по реактивной мощности *PU*-генератор переводится в разряд *PQ*-генераторов на достигнутом ограничении, при этом уравнение баланса реактивной мощности включается в систему уравнений.

Каждая итерация метода Ньютона состоит из нескольких шагов:

- 1. Вычисляется вектор балансов токов по формулам (2.8), (2.9). Если достигнута заданная точность сведения баланса,  $\max\{w_i(\dot{U}_1, \dot{U}_2, ..., \dot{U}_m)\} < \varepsilon$ , итерации завершаются.
- Проверяются ограничения режима регулируемых генераторов. При выходе на ограничения и смене типа генерации корректируется система уравнений. Вычисляются элементы матрицы Якоби.
- Решается система уравнений (2.10) методом Гаусса и определяется вектор поправок.
- 4. Определяются напряжения узлов  $\mathbf{U}^{(k+1)} = \mathbf{U}^{(k)} + \Delta \mathbf{U}$ .

При решении системы узловых уравнений метода Ньютона имеется возможность изменить классическую постановку задачи расчета установившегося режима и рассчитать установившийся режим либо без балансирующего узла, либо с несколькими балансирующими узлами. Рассмотрим постановку задачи расчета установившегося режима без балансирующего узла схемы на рис. 2.1.

Необходимо решить полную систему уравнений (2.1). При переходе к функциям балансов токов (мощностей) число уравнений баланса реальных и мнимых составляющих тока и число переменных увеличивается до восьми. В одном из опорных узлов схемы, например, в узле 4 нужно зафиксировать фазу напряжения (модуль не фиксируется), чтобы исключить произвольное вращение векторов напряжений на комплексной плоскости в итеративном процессе. Узел с фиксированной фазой является базисным узлом, в процессе итераций относительно вектора напряжения в базисном узле ориентируются векторы напряжений в остальных узлах. При совмещении вектора напряжения в базисном узле с осью вещественных мнимая составляющая комплекса напряжения в этом узле  $U_4''$  равна нулю, и число переменных получается на единицу меньше числа уравнений. Вместо переменной  $U_4''$ вводится новая переменная  $\Delta f_*$  – относительное отклонение частоты от номинальной

$$\Delta f_* = \frac{f - f_{\rm H}}{f_{\rm H}} \,.$$

Система уравнений для определения поправок реальной и мнимой составляющих напряжений и отклонения частоты принимает вид

При фиксированной генерации активной мощности во всех генераторных узлах схемы режим можно сбалансировать за счет регулирующего эффекта нагрузки по частоте, следовательно, решение получается при неноминальной частоте. Очевидно, что нагрузка должна моделироваться по СХН, а СХН должны учитывать зависимость нагрузки от частоты. В выражения для вычисления элементов матрицклеток матрицы Якоби в системе уравнений (2.1) будут входить частные производные активной и реактивной мощности нагрузки по отклонению частоты. Если режим балансируется при больших отклонениях частоты от номинальной, можно учесть зависимость реактивных параметров элементов схемы замещения от частоты, полагая

$$b(f) = \frac{b}{I + \Delta f_*},$$

при этом на каждой итерации потребуется полный пересчет матрицы Якоби.

Можно свести баланс мощности схемы при номинальной частоте, назначив один или несколько балансирующих узлов. Для вторичного регулирования частоты назначаются один или несколько генераторов. Возникающий при отклонениях частоты небаланс активной мощности распределяется между этими генераторами. Мощность генераторов корректируется по формуле:

$$P_{\Gamma}(f) = P_{\Gamma} - K_{c}\Delta f_{*}P_{\Gamma,H},$$
  
$$P_{\Gamma\min} \le P_{\Gamma}(f) \le P_{\Gamma\max},$$

где  $K_{\rm c} = \frac{(P_{\rm r} - P_{\rm r.H})/P_{\rm r.H}}{(f - f_{\rm H})/f_{\rm H}}$  – коэффициент крутизны статической харак-

теристики генератора по частоте.

Чем больше  $K_c$ , тем быстрее загружается/разгружается генератор при отклонениях частоты. Если задать одинаковое значение  $K_c$  для всех генераторов, участвующих в регулировании частоты, небаланс мощности будет распределяться между ними пропорционально номинальной мощности  $P_{\rm r.H}$ . Регулировочный диапазон генераторов, задействованных в регулировании частоты, должен быть достаточным для поддержания номинальной частоты.

Особенности решения системы узловых уравнений методом Ньютона при использовании различных форм записи уравнений, модификации метода Ньютона, условия сходимости, существования и единственности решения рассмотрены и обобщены в [13, 14].

# § 2.3. Расчет установившегося режима методом эквивалентных преобразований

Если заданы параметры элементов схемы замещения, причем генерация и нагрузка представлены реальными источниками ЭДС (тока), напряжения узлов и токи продольных и поперечных ветвей схемы можно найти, используя эквивалентные преобразования схемы замещения. Преобразование является эквивалентным, если электрические режимы узлов и ветвей в непреобразованной части схемы до и после какого-либо эквивалентного преобразования одинаковы.

Расчет электрического режима состоит из следующих шагов:

- Замещение рассматриваемой электрической схемы эквивалентным источником тока в одном из узлов схемы (свертка схемы). Исключаются все узлы, кроме узла свертки, перед исключением узла запоминается эквивалентная схема.
- Определение напряжения в узле свертки из условия, что ток эквивалентного источника тока в узле свертки равен нулю.
- Определение напряжений в узлах в порядке, обратном исключению узлов, с использованием эквивалентных схем (развертка схемы).
- 4. Расчет электрического режима продольных и поперечных элементов схемы.

Обычно схема задана в виде списков узлов и ветвей. Ветви эквивалентных схем, которые появляются в ходе эквивалентных преобразований, целесообразно хранить в списке ветвей схемы, дополняя его новыми ветвями.

В расчетах установившихся режимов параметры источников ЭДС заранее неизвестны, поэтому рассчитать режим можно только методом последовательных приближений, назначив базисный и балансирующий узлы, § 2.1. В качестве узла свертки выбирается базисный узел. Поскольку напряжение в этом узле задано, после свертки схемы можно сразу приступить к определению напряжений узлов.

Для свертки схемы необходимы следующие эквивалентные преобразования:

- замена параллельных ветвей одной эквивалентной ветвью,
- исключение узла слиянием узлов ветви с нулевым сопротивлением (включенного выключателя),
- исключение узла при помощи преобразования активной многолучевой звезды в эквивалентный многоугольник.

Проводимость эквивалентной ветви, замещающей параллельно включенные ветви, равна сумме проводимостей ветвей. В дальнейших преобразованиях схемы используется эквивалентная ветвь, а исходные параллельные ветви вычеркиваются из списка ветвей, т. е. не участвуют в дальнейших преобразованиях схемы.

Исключение из схемы одного из узлов включенного выключателя показано на рис. 2.2. Выключателем является ветвь *m-n* с нулевым со-противлением.



Для исключения узла *n* нужно выполнить следующие операции: у ветвей *k-n* и *l-n* узел *n* перенумеровать в узел *m*, ветви *k-m* и *l-m* включаются в узел *m*, рис. 2.2, *б*.

- источник тока  $\dot{J}_{n0}$ ,  $Y_{n0}$  узла *n* включить в узел *m* и объединить с источником тока  $\dot{J}_{m0}$ ,  $Y_{m0}$  в эквивалентный источник  $\dot{J}_{m0}^{(n)} = \dot{J}_{m0} + \dot{J}_{n0}$ ,  $Y_{m0}^{(n)} = Y_{m0} + Y_{n0}$ .
- Ветвь выключателя вычеркивается из списка ветвей.
   Напряжение в исключенном узле *n* равно напряжению в узле *m*,

 $\dot{U}_n = \dot{U}_m$ . Определение тока, протекающего через выключатель, производится на основе первого закона Кирхгофа для узла *m* или для узла *n*. Например,

$$\dot{I}_{mn} = (\dot{U}_i - \dot{U}_m) Y_{im} + (\dot{U}_j - \dot{U}_m) Y_{jm} + \dot{J}_{m0} - Y_{m0} \dot{U}_m \,.$$

Чтобы корректно обработать звезду, цепочку или кольцо, образованные ветвями с включенными выключателями, следует придерживаться правила определения тока через выключатели на основе баланса токов в оставляемом в схеме узле. Чтобы упростить алгоритм обработки выключателей можно применить и обычное моделирование ветви выключателя достаточно малым и большим сопротивлениями во включенном и отключенном состояниях.

Если в узле нет источника тока, выполняется обычное преобразование *пассивной* многолучевой звезды в эквивалентный многоугольник [7].

Преобразование *активной* многолучевой звезды (при наличии в узле реального источника тока) в эквивалентный многоугольник показано на рис. 2.3.



В исключаемый узел *n* включено  $m \ge 1$  ветвей, соединяющих исключаемый узел со смежными узлами 1, 2, ..., *i*, *j*,..., *m*. Одним из лучей многолучевой звезды, рис. 2.3, *a*, является источник тока  $\dot{J}_{n0}$ ,  $Y_{no}$  узла *n*, для пассивного шунта следует положить  $\dot{J}_{n0} = 0 + j0$ . В смежные узлы также могут быть включены источники тока. Между каждой парой узлов, смежных исключаемому узлу, могут быть включены другие ветви рассматриваемой схемы, которые на рисунке не показаны.

Промежуточные стадии процесса исключения узла *n* показаны на рис. 2.4.



Рис. 2.4. Стадии преобразования активной многолучевой звезды в эквивалентный многоугольник

Преобразование выполняется в следующем порядке:

- Источник тока в исключаемом узле преобразуется в источник ЭДС *E*<sub>n0</sub>, *Z*<sub>no</sub>, рис. 2.4, *a*. Точка *e* является точкой приложения
   ЭДС *E*<sub>n0</sub>, для пассивного шунта эта ЭДС равна нулю, тогда точка *e* становится точкой нулевого потенциала.
- Пассивная многолучевая звезда, в которую входит собственное сопротивление источника ЭДС, преобразуется в эквивалентный многоугольник, рис. 2.4, б. Между каждой парой узлов, смежных исключаемому узлу, включается добавочная ветвь. Если между этой парой узлов включена ветвь, она и добавочная ветвь замещаются одной эквивалентной. Новые ветви заносятся в список ветвей, и участвуют в дальнейших преобразованиях схемы, а ветви исходной многолучевой звезды вычеркиваются. ЭДС *E*<sub>n0</sub> вме-

сте с появившимися ветвями между точкой *е* и смежными узлами 1, 2, ..., *i*, *j*, ..., *m* образует *m* реальных источников ЭДС, включенных в смежные узлы.

 Источники ЭДС, включаемые в смежные узлы, преобразуются в дополнительные источники тока, рис. 2.3, б.

Взаимная проводимость ветви, включаемой между парой узлов *i* и *j*, смежных исключаемому узлу *n*, вычисляется по формуле

$$Y_{ij}^{(n)} = Y_{ij} + \frac{Y_{in}Y_{jn}}{Y_{nn}}, \qquad (2.13)$$

где  $Y_{ij}$  – проводимость ветви между узлами *i* и *j* до исключения узла *n*,  $Y_{nn} = Y_{1n} + Y_{2n} + ... + Y_{in} + Y_{jn} + ... + Y_{mn} + Y_{n0}$  – собственная проводимость исключаемого узла *n* на текущей стадии преобразований схемы.

Параметры источника тока, включаемого в смежный узел *i* при исключении узла *n*, равны:

$$Y_{i0}^{(n)} = Y_{n0} \frac{Y_{in}}{Y_{nn}}, \quad \dot{J}_{i0}^{(n)} = \dot{J}_{n0} \frac{Y_{in}}{Y_{nn}}.$$
 (2.14)

Дополнительные источники, включаемые в смежные узлы, объединяются с источниками тока этих узлов в один эквивалентный.

Определить напряжение в узле *n* при развертке схемы, зная напряжения в смежных узлах, можно из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для этого узла,

$$\dot{U}_{n} = \frac{Y_{1n}\dot{U}_{1} + Y_{2n}\dot{U}_{2} + \dots + Y_{in}\dot{U}_{i} + Y_{jn}\dot{U}_{j} + \dots + Y_{mn}\dot{U}_{m} + \dot{J}_{n0}}{Y_{nn}}.$$
 (2.15)

Следует подчеркнуть, что преобразование активной многолучевой звезды в эквивалентный многоугольник не существует, если генерация и/или нагрузка в исключаемом узле представлена идеальными источниками тока, поскольку для получения формул (2.13), (2.14) используется преобразование источника тока в источник ЭДС и обратно. Для идеальных источников тока и ЭДС взаимное преобразование не определено, их воздействие на режим схемы различно. В узле с идеальным источником ЭДС напряжение постоянно, а в узле с идеальным источником тока постоянный ток источника не зависит от напряжения. Поэтому замещение нагрузки и генерации идеальными источниками тока при эквивалентных преобразованиях схемы недопустимо. Если выполнить исключение узла с идеальным источником тока, полагая формально  $Y_{n0} = 0 + j0$ , искажается режим внешней сети, примыкающей к узлам, смежным исключаемому узлу. Это, в частности, проявля-

ется в том, что потери мощности в ветвях исходной и эквивалентной схем не совпадают [16].

Прямой ход при решении системы узловых уравнений методом Гаусса обычно отождествляют со сверткой схемы [15, 16], и вместо исключения из системы уравнений напряжения какого-либо узла говорят об исключении самого узла из схемы. Это тождество лежит в основе эквивалентирования *схем* исключением *напряжений узлов* из системы узловых уравнений. При эквивалентировании выполняется только прямой ход метода Гаусса. Очевидно, такое эквивалентирование является приближенным, если нагрузка и генерация замещены идеальными источниками тока.

В приложении 1 представлено детальное сопоставление алгоритмов решения системы узловых уравнений методом Гаусса и сверткиразвертки схемы, которое показывает, что и по своей сути, и алгоритмически свертка-развертка схемы не является прямым и обратным ходом решения системы узловых уравнений. В сравниваемых методах имеются принципиальные различия в совокупности объектов, необходимых для проведения вычислений, в процедурах формирования и последующей обработки этих объектов, а также в последовательности выполняемых действий. При свертке-развертке схемы не нужно формировать и преобразовывать слабозаполненную матрицу узловых проводимостей и вектор правых частей. Поэтому безматричному методу расчета напряжений узлов (и электрического режима схемы), в котором используется свертка-развертка схемы, целесообразно дать собственное название – метод эквивалентных преобразований [17, 18], которое точно отражает его суть.

При практической реализации метода эквивалентных преобразований для трансформаторных ветвей следует использовать активную П-схему замещения, § 1.2, нагрузку нужно моделировать шунтом (1.9) или реальным источником тока (1.31), а генераторы – реальным источником ЭДС (1.1) и тока (1.33).

Задачу сведения балансов токов (балансов активной и реактивной мощностей в узлах схемы) при итеративном расчете установившегося режима с использованием метода эквивалентных преобразований можно решить, если найти способ регулирования источников ЭДС на поддержание заданных уставок активной мощности и напряжения в процессе итераций.

Генераторы целесообразно рассматривать как ЭДС  $\dot{E} = \dot{E}_Q$  за поперечным сопротивлением  $Z_q = r + jx_q$ , что упрощает проверку ограничений режима, но можно использовать и другие известные источники ЭДС, замещающие генератор, например, переходную ЭДС за переходным сопротивлением. В ходе расчета напряжений в узлах схемы используется преобразование источников ЭДС в источники тока и обратно.

Полная, активная и реактивная мощности генератора равны:

$$\begin{split} \dot{S} &= P + jQ = 3\hat{U}\dot{I} = 3\hat{U}(\dot{E} - \dot{U})Y = 3\hat{U}\dot{E}Y - 3U^2Y,\\ P &= 3EUy\cos(\delta_E - \delta_U + \delta_Y) - 3U^2g,\\ Q &= 3EUy\sin(\delta_E - \delta_U + \delta_Y) - 3U^2b,\\ rge \dot{E} &= Ee^{j\delta_E}, \ \dot{U} &= Ue^{j\delta_U}, \ \dot{U} &= Ue^{-j\delta_U},\\ W &= 1 \qquad \text{if } m = \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \frac{1$$

 $Y = \frac{1}{Z_q} = g + jb = ye^{j\delta_Y}$ ,  $y = \sqrt{g^2 + b^2}$ . Пренебрегая потерей активной мощности в источнике, что является общепринятым допущением в расчетах статики и динамики, и полагая g = 0,  $\delta_Y = arctg(-\infty) = -\pi/2$ , т. е. рассматривая генератор как ЭДС за поперечной реактивностью, выражения для мощностей *P* и *Q* можно упростить:

$$P = 3EUy\sin(\delta_E - \delta_U), \qquad (2.16)$$

$$Q = -3EUy\cos(\delta_E - \delta_U) - 3U^2b. \qquad (2.17)$$

Из формулы (2.17) можно получить выражение для расчета напряжения (знак плюс перед корнем не имеет смысла):

$$U = \frac{-3Ey\cos(\delta_E - \delta_U) - \sqrt{9E^2y^2\cos^2(\delta_E - \delta_U) - 12bQ}}{6b}.$$
 (2.18)

Разложив выражения для активной мощности (2.16) и напряжения (2.18) в ряд Тейлора, можно получить линеаризованную систему уравнений для определения поправок модуля и угла вектора ЭДС при регулировании генератора на поддержание заданных уставок активной мощности и напряжения:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial P}{\partial E}\right) \Delta E + \left(\frac{\partial P}{\partial \delta_E}\right) \Delta \delta_E = P_0 - P, \\ \left(\frac{\partial U}{\partial E}\right) \Delta E + \left(\frac{\partial U}{\partial \delta_E}\right) \Delta \delta_E = U_0 - U, \end{cases}$$
(2.19)  
rge  $\frac{\partial P}{\partial E} = 3Uy \sin(\delta_E - \delta_U), \quad \frac{\partial P}{\partial \delta_E} = 3EUy \cos(\delta_E - \delta_U),$ 

$$\frac{\partial U}{\partial E} = \frac{1}{2b} \left( -y\cos(\delta_E - \delta_U) - \frac{3Ey^2\cos^2(\delta_E - \delta_U)}{\sqrt{9E^2y^2\cos^2(\delta_E - \delta_U) - 12bQ}} \right),$$
$$\frac{\partial U}{\partial \delta_E} = \frac{1}{2b} \left( Ey\sin(\delta_E - \delta_U) + \frac{3E^2y^2\cos(\delta_E - \delta_U)\sin(\delta_E - \delta_U)}{\sqrt{9E^2y^2\cos^2(\delta_E - \delta_U) - 12bQ}} \right).$$

Вычислив на текущей итерации напряжение в узле  $\dot{U}$ , можно, зная текущее значение  $\dot{E}$ , найти текущие значения мощностей  $P + jQ = 3\hat{U}(\dot{E} - \dot{U})Y$ , небалансов  $P_0 - P$  и  $U_0 - U$  и коэффициентов  $\frac{\partial P}{\partial E}, \frac{\partial P}{\partial \delta_E}, \frac{\partial U}{\partial E}, \frac{\partial U}{\partial \delta_E}$ , решить систему уравнений (2.19), определить приращения модуля  $\Delta E$  и угла  $\Delta \delta_E$  вектора ЭДС и откорректировать сам вектор:

 $\dot{E} = Complex((E + \Delta E)\cos(\delta_E + \Delta \delta_E), (E + \Delta E)\sin(\delta_E + \Delta \delta_E)). \quad (2.20)$ 

Поведение *PEq*-генератора при балансировании установившегося режима иллюстрирует векторная диаграмма на рис. 2.5.





Векторы ЭДС  $\dot{E}^{(0)}$ , напряжения  $\dot{U}^{(0)}$  и тока  $\dot{I}^{(0)}$  при «плоском старте» итеративного процесса, § 2.2, показаны на диаграмме сплошными линиями. После свертки и развертки схемы вектор напряжения  $\dot{U}^{(1)}$  повернулся на угол  $-\delta_U^{(1)}$ , а его модуль уменьшился. Решение системы уравнений (2.19) при текущих значениях  $\dot{E}^{(0)}$  и  $\dot{U}^{(1)}$  дает поправки для модуля  $\Delta E$  и угла  $-\Delta \delta_E$  вектора ЭДС, новое значение комплекса ЭДС  $\dot{E}^{(1)}$  определяется по формуле (2.20). Векторы ЭДС  $\dot{E}^{(1)}$ , напряжения  $\dot{U}^{(1)}$  и тока  $\dot{I}^{(1)}$  после первой итерации и коррекции модуля и угла комплекса ЭДС показаны на рис. 2.5 пунктирными линиями.

В итеративном процессе необходимо контролировать ограничения по току статора и ротора генератора, для *PEq*-генератора естественной является точная проверка ограничений синхронной ЭДС (ее называют также ЭДС возбуждения):

$$E_q = \frac{x_d}{x_q} E - \frac{x_d - x_q}{x_q} U \cos(\delta_E - \delta_U), \qquad (2.21)$$
$$E_{q\min} \le E_q \le E_{q\max}.$$

При выходе на верхнее или нижнее ограничение ЭДС Е<sub>а</sub> фикси-

руется на достигнутом ограничении. При этом модуль напряжения в узле становится свободным параметром режима, а реактивная мощность генератора по-прежнему остается свободным параметром режима, изменяясь при изменении режима сети. Балансирование установившегося режима протекает с точным контролем допустимости режима генератора по току ротора.

Контроль ограничения по максимальному току статора генератора можно проводить после расчета установившегося режима с выдачей диагностических сообщений или при перегрузке по току статора корректировать режим генератора непосредственно в ходе балансирования установившегося режима. Если ток статора генератора превышает номинальный ток более чем на 5 %, что возможно при выдаче номинальной или близкой к ней мощности с максимальным рабочим возбуждением при пониженном напряжении в узле включения генератора, то генератор разгружается, прежде всего, от реактивного тока за счет уменьшения тока ротора (ЭДС  $E_a$ ). По достижении минимально-

го возбуждения  $E_{q\min}$  генератор разгружается по активной мощности.

Таким образом, *PEq*-модель генератора предоставляет полный и точный контроль ограничений режима генератора и фактически снимает с расчетчика контроль и коррекцию располагаемого регулировочного диапазона по реактивной мощности, которые необходимы при изменении генерации активной мощности *PU*-генератора.

Верхнее ограничение синхронной ЭДС генератора  $E_{q \max}$  можно определить из условия, что генераторы должны обеспечить длительную выдачу номинальной полной мощности при напряжении статора, превышающем на 5 % номинальное напряжение. Нижнее ограничение  $E_{q\min}$  определяется нагревом машины или статической устойчивостью режима генератора. Если генератор имеет современную микропроцессорную систему возбуждения, которая хранит в памяти таблицу ограничений минимального возбуждения генератора, значение минимальной мощности генератора можно взять по данным регулятора возбуждения. При отсутствии данных можно воспользоваться типовой диаграммой мощности [19]. Зная мощность и напряжение генератора в режимах максимального и минимального возбуждения, ограничения синхронной ЭДС генератора можно найти по формулам, которые дает векторная диаграмма генератора:

$$\dot{I} = \frac{P + jQ}{3\hat{U}}, \quad \dot{E} = \dot{U} + (r + jx_q)\dot{I}, \quad \delta_E = \arg(\dot{E}),$$
  
$$E_q = \operatorname{mod}(\dot{E}) - (\operatorname{Im}(\dot{I})\cos\delta_E - \operatorname{Re}(\dot{I})\sin\delta_E)(x_d - x_q).$$

Предложенный способ управления *PEq*-генераторами в итеративном балансировании установившегося режима работает и для синхронных компенсаторов, у которых P = 0, поэтому специальная обработка синхронных компенсаторов не требуется. Тем не менее, целесообразно упростить их обработку и определять вектор ЭДС синхронного компенсатора по формуле (2.20), где

$$\Delta \delta_E = 0, \quad \delta_E = \delta_U, \quad \Delta E = \frac{U_0 - U}{\frac{1}{2b} \left( -y - \frac{3Ey^2}{\sqrt{9E^2 y^2 - 12bQ}} \right)}.$$
 (2.22)

Это ускоряет сходимость при наличии в схеме большого количества синхронных компенсаторов, например, при расчете режимов работы линий длиной более 1000 км с компенсацией зарядной мощности синхронными компенсаторами.

В методе эквивалентных преобразований *PQ*-модель генераторов не используется, она заменяется *PEq*-моделью генератора с постоянным возбуждением. В случае, если генератор не участвует в регулировании напряжения в схеме и работает с постоянным возбуждением (сокращенно *PEqc*-генератор), его обработка упрощается. Модуль вектора ЭДС *PEqc*-генератора определяется заданными значениями полной мощности генератора и модуля напряжения в узле. В итеративном процессе модуль вектора синхронной ЭДС остается постоянным,  $E_q = \text{const}$ , а изменяется только его угол таким образом, чтобы получить заданную активную мощность. Определяется текущее значение

чить заданную активную мощность. Определяется текущее значение ЭДС за поперечной реактивностью

$$E = E_q + \left( \operatorname{Im}(\dot{I}) \cos \delta_E - \operatorname{Re}(\dot{I}) \sin \delta_E \right) (x_d - x_q).$$
(2.23)

Если текущее значение амплитуды угловой характеристики мощности генератора превышает заданную активную мощность генератора

$$P_{t \max} = 3EUy > P_0$$
, тогда  $\delta_E = \delta_U + \arcsin\left(\frac{P_0}{P_{t \max}}\right)$ , (2.24)

иначе угол  $\delta_E$  сохраняет прежнее значение. Формула (2.20) для корректировки вектора ЭДС за поперечной реактивностью упрощается

$$\dot{E} = Complex (E \cos \delta_E, E \sin \delta_E).$$
(2.25)

В отличие от PQ-модели, поведение которой при итеративном балансировании режима не соответствует поведению реального генератора при изменениях режима сети, § 2.1, PEqc-модель генератора является корректной моделью. В узле с PEqc-генератором свободными параметрами режима являются реактивная мощность генератора, модуль и угол вектора напряжения в узле.

Нагрузку при балансировании установившегося режима можно представить шунтом с постоянными или зависящими от режима сети параметрами, а также реальным источником тока, § 1.3. В отличие от генератора вектор задающего тока источника тока, замещающего нагрузку, в ходе итераций следует вращать вслед за напряжением в узле, т. е. определять задающий ток таких источников после определения напряжения в узле по формуле (1.31). Замещение нагрузки источником ЭДС является более предпочтительным, т. к. ускоряет сходимость и позволяет оптимизировать процесс свертки схемы. Полную свертку схемы с определением параметров ветвей эквивалентных схем нужно выполнить один раз на первой итерации даже при моделировании нагрузки по СХН, на последующих итерациях осуществляется частичная свертка только для задающих токов источников тока, замещающих генерацию и нагрузку, что дает значительное сокращение объема вычислений.

При наличии в схеме УШР в ходе итеративного балансирования установившегося режима необходимо управлять режимом реакторов, чтобы сбалансировать режим с учетом их воздействия. Для этого реакторы целесообразно представить переменной ЭДС за постоянным сопротивлением. Схема замещения УШР, показанная на рис. 1.8, заменяется эквивалентной схемой, рис. 2.6. Такая модель УШР позволяет сократить объем вычислений при свертке схемы, обеспечивает плавный переход УШРТ из индуктивного режима в емкостной и обратно за счет изменения модуля вектора ЭДС и обеспечивает надежную сходимость предельных по статической устойчивости режимов. Постоянная реактивность источника ЭДС, замещающего УШР, выбирается из диапазона  $x \cong i(0.35 \div 0.5)U_{\mu}^2/S_{\mu}$ .



Рис. 2.6. Замещение управляемого шунтирующего реактора источником ЭДС (*a*) или тока (*б*)

Реализация различных законов управления реактором не вызывает затруднений. Если реактор регулирует напряжение в узле, он обрабатывается как синхронный компенсатор, поправка модуля вектора ЭДС вычисляется по формуле (2.22). Если реактор компенсирует реактивную составляющую тока линии (т. е. регулирует угол между током линии и напряжением узла на ноль), возможны два случая, рис. 2.7.



Рис. 2.7. Компенсация УШР реактивной составляющей тока генератора (*a*) и нагрузки (б)

Для разгрузки генератора от емкостного тока длинной линии нужно компенсировать реактивную составляющую тока  $I_r = I_{r\pi} + I_{rp}$ , замеряемого после реактора, рис. 2.7, *a* (на участке между точкой подключения реактора и шинами). Если реактор компенсирует емкостной ток нагрузки (например, при использовании для регулирования напряжения в распределительной сети батарей конденсаторов, § 3.4), ток  $I_r$  следует замерять до реактора, рис. 2.7, *б* (между выключателем линии

и точкой подключения реактора). Поправка модуля вектора ЭДС определяется в зависимости от знака активной составляющей тока  $I_a$ :

если 
$$I_a > 0$$
,  $\Delta E = -\frac{I_r}{\operatorname{mod}(Y)}$ , иначе  $\Delta E = \frac{I_r}{\operatorname{mod}(Y)}$ . (2.26)

Вектор ЭДС определяется по формуле (2.25), где следует положить  $\delta_E=\delta_U$  .

Для длинных линий возможно регулирование УШР по изменению перетока активной мощности [8]. Избыточная реактивная мощность *i*-го участка линии *Q<sub>i</sub>*, которая должна быть компенсирована УШР, равна

$$Q_i = P_{\rm Hi} \lambda_i \left( 1 - \left( \frac{P_i}{P_{\rm Hi}} \right)^2 \right), \qquad (2.27)$$

где  $P_{\rm Hi}$  – натуральная мощность *i*-го участка линии,  $\lambda_i$  – его волновая длина,  $P_i$  – передаваемая по нему мощность.

Предполагается, что при таком регулировании напряжение в узле включения УШР незначительно отличается от номинального. Тогда текущее значение реактивности реактора равно

$$x_t = \frac{U_{\rm H}^2}{Q_i}.$$
 (2.28)

Параметры источника ЭДС, замещающего реактор, определяются по формулам:

$$Y_t = \frac{1.0}{r + jx_t} + g_{\mu}, \quad \dot{I}_t = \left( \left( -Y_t \dot{U} \right) + \dot{I}_{\mu} \right) / 2, \quad \dot{E} = \dot{U} + Z\dot{I}_t, \quad (2.29)$$

затем источник ЭДС преобразуется в эквивалентный источник тока.

Для контроля режима реактора нужно, зная текущие значения напряжения в узле и тока реактора, определить текущее значение реактивности реактора

$$x_t = \operatorname{Im}\left(-\frac{\dot{U}}{\dot{I}_p}\right).$$

При выходе значения  $x_t$  за границы диапазона изменения реактивности реактора текущее значение  $x_t$  принимается равным граничному значению:

если 
$$x_t > 0$$
, то  $x_t = x_{\rm H}$  при  $x_t < x_{\rm H}$ ,  
если  $x_t > x_{\rm max}$ , то  $x_t = x_{\rm max}$ ,  
если  $x_t < 0$ , то  $x_t = x_{C\rm H}$  при  $x_t > x_{C\rm H}$ ,.

Параметры источника ЭДС, замещающего реактор, определяются по формулам (2.29). Таким образом, установившийся режим балансируется с точным контролем ограничений режима УШР.

![](_page_27_Picture_2.jpeg)

#### § 2.4. Топологический анализ электрической схемы

При расчете электрического режима схемы методом эквивалентных преобразований минимум вычислительных операций при свертке схемы дает вполне определенный порядок преобразований электрической схемы:

- из списка ветвей схемы вычеркиваются ветви отключенных выключателей;
- сливаются узлы включенных выключателей;
- параллельно включенные ветви (такие ветви могут быть в исходной схеме и могут появиться после слияния узлов включенных выключателей) замещаются одной эквивалентной ветвью;
- исключаются узлы.

Задачей топологического анализа электрической схемы является определение оптимального порядка исключения узлов, при котором получается минимум вычислительных операций при свертке-развертке схемы. Эта задача эквивалентна задаче оптимальной нумерации узлов при решении системы узловых уравнений методом Ньютона с определением поправок напряжений методом Гаусса [13, 15].

Воспользуемся понятиями [15]:

- *r* степень узла, равна числу ветвей, присоединенных к этому узлу, ветви между узлом и точкой нулевого потенциала схемы не считаются;
- *p* проекция узла, равна числу ветвей, появляющихся в схеме между парами узлов, смежных исключаемому узлу;
- t след узла, равен числу новых ветвей, включаемых между парами узлов, смежных исключаемому узлу (до исключения узла пара смежных узлов не была связана ветвью).

Проекция узла равна числу сочетаний из r по два

$$p = C_r^2 = \frac{r!}{2!(r-2)!} = \frac{r(r-1)}{2}.$$

След узла определяется вычитанием из проекции узла числа ветвей *b*, включенных между смежными узлами до исключения узла

$$t = p - b \; .$$

Степень узла однозначно определяет количество операций, необходимых для исключения узла. Количество вычислений по формуле (2.13) равно p, а количество новых источников тока, включаемых в смежные узлы, с параметрами, вычисляемыми по формулам (2.14), равно r, табл. 2.1.

			Таблица 2.1
Степень	Проекция	Источники	Количество опе-
узла <i>r</i>	узла <i>р</i>	тока	раций $p+r$
1	0	1	1
2	1	2	3
3	3	3	6
4	6	4	10
5	10	5	15
6	15	6	21
7	21	7	28

Часть I. Расчет установившихся режимов и анализ статической устойчивости энергосистем

В табл. 2.1 степень узла проварьирована от 1 до 7, далее таблицу можно продолжить по аналогии. Видно, что при увеличении степени узла на единицу количество операций для его исключения по сравнению с предыдущей степенью возрастает на новую степень узла.

Свертка схемы и замена ее эквивалентным источником тока в узле свертки означает, что в результате преобразований сумма степеней узлов схемы становится равной нулю. Минимизацию количества вычислительных операций может обеспечить такая стратегия выбора исключаемых узлов, при которой исключение узла степени *r* дает максимально возможное снижение степени смежных узлов, что уменьшает количество операций при их последующем исключении. Процесс  $\sum_{i} r_i \rightarrow 0$  зависит от конфигурации схемы и может быть немонотон-

ным, возможно временное увеличение суммарной степени узлов при переходе от одной эквивалентной схемы к следующей.

При исключении узла из схемы удаляются *r* ветвей от исключаемого узла к смежным узлам, следовательно, степень каждого смежного узла уменьшается на 1. Если между двумя смежными узлами нет ветви, то добавление в схему новой ветви между этими узлами увеличивает степень каждого из них на 1. Следовательно, результирующее уменьшение суммы степеней смежных узлов при исключении узла степени *r* равно

$$d=r-2t=r-2(p-b).$$

След узла можно использовать как количественную характеристику исключаемого узла, определяющую снижение степени смежных узлов. Максимально возможное значение d = r получается при t = 0. Если след узла равен нулю, это значит, что узел входит в группу узлов, образующих полный многоугольник. Ветви, возникающие при преобразовании, включаются параллельно уже существующим ветвям и замещаются одной эквивалентной ветвью, поэтому увеличения степени смежных узлов за счет добавления новых ветвей не происходит. При t = r/2 сумма степеней смежных узлов не изменяется. Если след t > r/2, то d < 0, это значит, что сумма степеней смежных узлов при его исключении не уменьшится, а, наоборот, возрастет, и их последующее исключение потребует большего количества операций.

Значения степени и следа узла можно использовать при выборе исключаемого узла. Если узлы различной степени имеют одинаковый след, в первую очередь следует исключать узлы большей степени, чтобы получить наибольшее уменьшение степени смежных узлов.

Вышеизложенное позволяет сформулировать следующую оптимальную стратегию исключения узлов:

на текущей стадии эквивалентных преобразований схемы исключаются узлы первой степени. Если таких узлов нет, исключаются узлы с нулевым следом. Если таких узлов нет, исключаются узлы с наименьшим следом. Если таких узлов несколько, первыми исключаются узлы большей степени, если таких узлов несколько, исключается любой из них.

Топологический анализ реальных схем энергосистем различной конфигурации показывает, что эта стратегия дает наилучший результат, но является ресурсоемкой. Выбор исключаемого узла требует анализа большого количества информации, особенно в начале свертки схемы. Для большинства реальных схем энергосистем близкий к оптимальному порядок исключения узлов обеспечивает упрощенная стратегия, позволяющая увеличить скорость топологического анализа схемы за счет сокращения объема информации, анализируемой при выборе исключаемого узла:

на текущей стадии эквивалентных преобразований схемы исключаются узлы первой степени. Если их нет, исключаются узлы наименьшей степени. Если узлов с одинаковой наименьшей степенью несколько, то первым исключается узел с наименьшим следом. Если узлов с одинаковым следом несколько, исключается любой из них.

После свертки схемы в списке ветвей схемы все ветви исходной схемы и добавленные в список при исключении узлов будут вычеркнуты, а в списке узлов останется только узел свертки. Определение напряжений в узлах по формуле (2.15) производится в порядке, обратном их исключению.

Алгоритм топологического анализа, реализующий какую-либо из предложенных стратегий исключения узлов, позволяет сравнительно просто обрабатывать схемы, состоящие из нескольких частей. Узлы и ветви всех частей схемы хранятся в одном списке узлов и в одном списке ветвей схемы. В расчетах установившихся режимов в каждой части схемы должен быть задан базисный узел свертки, в расчетах динамики узлом свертки может быть любой узел. Исключаемые узлы выбираются среди узлов всех частей схемы, т. е. процесс свертки выполняется одновременно для всех частей схемы. В результате исключения узлов в списке ветвей схемы будут вычеркнуты все ветви, а в списке узлов останутся несвязанные между собой узлы свертки. Развертка с расчетом напряжений в узлах для всех частей схемы также выполняется одновременно в порядке, обратном исключению узлов.

Поскольку свертка-развертка схемы осуществляется многократно, топологический анализ целесообразно проводить один раз перед расчетом. Результатом работы алгоритма топологического анализа является оптимальная последовательность исключения узлов, а также структуры данных, необходимые для хранения и эффективной обработки эквивалентных схем. Необходимо хранить все эквивалентные схемы, которые получаются после исключения каждого из узлов, чтобы можно было определить напряжения при развертке схемы.

### § 2.5. Свойства метода эквивалентных преобразований

Метод эквивалентных преобразований имеет следующие характеристики:

- Безматричный метод, не требует формирования, хранения и обработки слабозаполненных матрицы узловых проводимостей и матрицы Якоби при решении системы узловых уравнений.
- Применим для расчета как установившихся режимов, так и мгновенных (на шаге численного интегрирования) электрических режимов при расчете электромеханических переходных процессов.
- Позволяет построить компактный алгоритм и вычислительное ядро программы в комплексном виде.
- Обеспечивает простую и эффективную обработку разделения схемы на произвольное число частей, вплоть до отключения отдельных узлов, с последующим поочередным или одновременным слиянием частей.
- Позволяет реализовать корректное эквивалентирование схемы исключением части узлов, поскольку в основе самого метода расчета установившегося режима лежит исключение узлов.
- Обладает надежной сходимостью при балансировании установившихся режимов и дает однозначное решение за счет применения адекватной *PEq*-модели генератора. Эта модель органично

связана с динамической моделью генератора, обеспечивая корректный расчет начальных условий на основе векторной диаграммы генератора, § 5.6.

- Не критичен к начальному приближению, от начального приближения слабо зависит число итераций, необходимых для поворота векторов ЭДС на требуемые углы при балансировании установившегося режима.
- Предоставляет полный и точный контроль ограничений режима генераторов при балансировании установившегося режима.
- Дает возможность реализовать различные законы управления регулируемыми компенсирующими устройствами в ходе итеративного балансирования режима с полным и точным контролем ограничений их режима.
- Недостатком метода эквивалентных преобразований является большое число итераций, необходимое для балансирования установившегося режима, по сравнению с решением системы узловых уравнений методом Ньютона. На расчет задачи может потребоваться несколько сотен итераций.

Поведение PEq-генератора при итеративном балансировании режима соответствует поведению самого генератора при изменениях режима энергосистемы, что обеспечивает однозначность полученного решения, если заданные условия задачи совместны и установившийся режим существует. Установившийся режим схемы в целом балансируется за счет локального регулирования генераторов, что соответствует процессам регулирования в энергосистеме. Сам итеративный процесс балансирования установившегося режима в отличие от итеративного решения системы узловых уравнений методом Ньютона приобретает физический смысл. Можно говорить о переходе от некоторого исходного режима, заданного начальным приближением, к новому режиму, если последний существует. Фактически процесс итеративного балансирования режима является эквивалентом динамического перехода от исходного режима к новому режиму на динамической модели энергосистемы, но при безынерционном регулировании активной мощности (положения ротора генератора и его угла нагрузки) и возбуждения (модуля вектора ЭДС).

Если заданные условия задачи несовместны и установившийся режим не существует, а количество итераций не ограничено и заблокирован контроль недопустимых отклонений параметров режима, происходит постоянное вращение векторов ЭДС генераторов в узлах, где невозможно свести баланс мощностей. Повторные попытки балансирования режима по характеру протекания итеративного процесса близки к первой попытке.

В методе эквивалентных преобразований нельзя использовать классические *PU*- и *PO*-модели генераторов, поскольку необходимо замещать генератор реальными источниками ЭДС и тока. Возможна только эмуляция этих моделей на основе *PEq*-модели генератора.

Чтобы реализовать поведение РИ-генератора при балансировании установившегося режима, нужно снять контроль ограничений на изменение модуля синхронной ЭДС Е<sub>а</sub> и контролировать ограничения реактивной мощности генератора  $Q_{\min} \le Q \le Q_{\max}$ . Если допустимый диапазон изменения *Q* исчерпан, изменяется тип генератора на  $PE_{acmin}$  или  $PE_{acmax}$ .

Реализовать поведение РО-генератора можно двумя способами. Чтобы сделать генератор нерегулируемым, достаточно после определения напряжений в узлах задающий ток генератора вычислять по формуле (1.33). Можно также изменить закон регулирования генератора с поддержания заданного напряжения в узле на поддержание заданного значения реактивной мощности. В этом случае для нахождения поправок вектора ЭДС по модулю и углу используется система уравнений

$$\begin{cases} P_0 = P + \left(\frac{\partial P}{\partial E}\right) \Delta E + \left(\frac{\partial P}{\partial \delta_E}\right) \Delta \delta_E, \\ Q_0 = Q + \left(\frac{\partial Q}{\partial E}\right) \Delta E + \left(\frac{\partial Q}{\partial \delta_E}\right) \Delta \delta_E, \end{cases}$$

$$(2.30)$$

$$\text{tr} \quad \frac{\partial Q}{\partial E} = -3Uy \cos(\delta_E - \delta_U), \quad \frac{\partial Q}{\partial \delta_E} = 3EUy \sin(\delta_E - \delta_U).$$

ГД

Эмуляция классических моделей генератора получается неполной, поскольку на полученный режим генераторов влияют их синхронные индуктивные сопротивления по продольной и поперечной осям. Это не позволяет добиться полной идентичности режимов, сбалансированных решением системы узловых уравнений методом Ньютона и методом эквивалентных преобразований с использованием одинаковых моделей генераторов. Идентичные режимы можно получить лишь в схемах без PQ-генераторов, если PU-генераторы не выходят на ограничения по реактивной мощности и не переводятся в группу РОгенераторов.

При использовании метода эквивалентных преобразований, как и при решении системы узловых уравнений, можно назначить в качестве базисного и балансирующего узлов разные узлы схемы. В этом случае из схемы исключаются все узлы, кроме базисного *n* и балансирующего *т* узлов, рис. 2.7.

![](_page_34_Figure_1.jpeg)

Рис. 2.7. К расчету режима балансирующего узла

После свертки схемы в базисном и балансирующем узлах, связанных эквивалентной ветвью  $Y_{mn}$ , включены по два источника тока, собственные  $\dot{J}_n, Y_n$  и  $\dot{J}_m, Y_m$ , замещающие генераторы этих узлов, и дополнительные  $\dot{J}_{cnv}, Y_{cnv}$ , которые формируются при исключении смежных узлов. Зная напряжение в базисном узле  $\dot{U}_n$ , можно найти ток ветви

$$\dot{I}_{mn} = \left(Y_n + Y_{n.cnv}\right)\dot{U}_n - \dot{J}_n - J_{n.cnv},$$

затем напряжение в балансирующем узле

$$\dot{U}_m = \dot{U}_n + \frac{I_{mn}}{Y_{mn}} \, .$$

Далее развертка схемы осуществляется в обычном порядке. Задающий ток источника тока, замещающего генератор в балансирующем узле, после завершения балансирования установившегося режима определяется по формуле

$$\dot{J}_m = (Y_m + Y_{m.cnv}) \dot{U}_m - \dot{J}_{m.cnv} - \dot{I}_{nm}$$
, где  $\dot{I}_{nm} = -\dot{I}_{mn}$ .

Зная параметры источника тока и напряжение в узле *m*, можно найти полную мощность генератора балансирующего узла, замыкающего баланс мощности схемы.

Количество итераций, необходимых для балансирования установившегося режима, зависит от размерности электрической схемы, количества и расположения генераторных узлов, пропускной способности связей между генераторными узлами, положения в схеме базисного и балансирующего узлов и тяжести режима. На скорость сходимости влияет также значение собственного сопротивления (проводимости) источников ЭДС и тока, замещающих генераторы и нагрузки. Для турбо- и гидрогенераторов, параметры которых неизвестны, можно взять средние значения параметров [1], для нагрузок рекомендуемое значение постоянной внутренней реактивности источника ЭДС лежит в диапазоне  $x \cong j(0,5 \div 1,0)U_{\mu}^2/S_{\mu}$ .

Сходимость можно ускорить за счет упреждающей коррекции параметров источников в процессе развертки схемы с повторным расчетом напряжения в узле после коррекции. Эквивалентный источник тока в генераторном узле следует разбить на собственный, замещающий генератор этого узла, и дополнительный, объединяющий источники тока, включаемые в узел при исключении смежных узлов. Расчет напряжения в генераторном узле степени 2 и выше повторяется несколько раз с пересчетом параметров собственного источника тока. Этот прием уменьшает число итераций для схем различной конфигурации в  $1,2 \div 5$  раз. Тем не менее, по скорости сходимости метод эквивалентных преобразований существенно уступает методу Ньютона. Однако оптимизация свертки схемы при замещении нагрузки и УШР источниками ЭДС/тока дает большой выигрыш в объеме вычислений на одной итерации. В результате по скорости счета метод незначительно уступает методу Ньютона. На современных мощных компьютерах разница во времени счета задачи в несколько секунд получается только для больших схем в несколько тысяч узлов.

Метод эквивалентных преобразований реализован в программе расчета установившихся режимов и электромеханических переходных процессов в энергосистемах и узлах нагрузки, характеристика которой приведена в приложении 4.