

Глава 7 Математическая модель комплексной нагрузки

§ 7.1. Структура модели

Комплексная нагрузка узла в общем случае состоит из статической и динамической нагрузки. В расчетах электромеханических переходных процессов статическую нагрузку можно представить шунтом с постоянными параметрами, считать мощность нагрузки постоянной или зависящей от напряжения и частоты по СХН. Динамическую нагрузку, которая имеет асинхронную и синхронную составляющие, можно представить эквивалентными асинхронным и синхронным двигателями.

Для узла с нагрузкой определяются доли статической $k_{\text{ст}}$, асинхронной $k_{\text{ад}}$ и синхронной $k_{\text{сд}}$ составляющих нагрузки, их сумма

$$k_{\text{ст}} + k_{\text{ад}} + k_{\text{сд}} = 1,0.$$

Разбить комплексную нагрузку узла на составляющие можно до или после расчета установившегося режима.

В результате расчета исходного установившегося режима получается текущая нагрузка узла $P_{\text{нг}0} + jQ_{\text{нг}0}$, которая при учете СХН не равна заданной нагрузке узла $P_{\text{нг}} + jQ_{\text{нг}}$, если параметры режима узла отклоняются от номинальных. Обычно разбивают на составляющие текущую нагрузку $P_{\text{нг}0} + jQ_{\text{нг}0}$ узла. Полученная расчетом активная мощность нагрузки $P_{\text{нг}0}$ делится на составляющие в соответствии с их долями. Реактивная мощность синхронного двигателя в исходном режиме должна быть задана, реактивная мощность эквивалентного асинхронного двигателя заранее неизвестна и определяется расчетом, поэтому баланс реактивной мощности комплексной нагрузки узла в исходном режиме замыкается коррекцией реактивной мощности статической составляющей нагрузки

$$Q_{\text{ст}} = Q_{\text{нг}0} - Q_{\text{ад}} - Q_{\text{сд}}.$$

Такой подход к разбиению комплексной нагрузки на составляющие хорошо сочетается со стандартной постановкой задачи расчета установившихся режимов.

Можно разбить на составляющие заданную нагрузку узла. Активная мощность статической, асинхронной и синхронной составляющих нагрузки определяется перед расчетом установившегося режима в до-

лях $k_{сн}$, $k_{ад}$ и $k_{сд}$ от заданной мощности $P_{нг}$ при номинальном напряжении и частоте. Для статической нагрузки нужно задать коэффициент мощности, для синхронного двигателя – закон регулирования возбуждения, реактивные мощности синхронного и асинхронного двигателей заранее неизвестны. Режим составляющих комплексной нагрузки определяется в ходе итеративного балансирования установившегося режима, на каждой итерации пересчитывается режим статической нагрузки, если для неё заданы СХН, асинхронного и синхронного двигателей.

Напряжение в узле влияет на режим двигателей. У асинхронного двигателя изменяются рабочее скольжение и, следовательно, электромагнитный момент, активная, и реактивная мощности. У синхронного двигателя изменяются угол нагрузки ($\dot{E}_q \wedge \dot{U}$) и реактивная мощность (возбуждение). Активная мощность, потребляемая двигателями из сети, определяется балансом моментов на валу агрегатов двигатель-механизм и частотой в исходном режиме. Установившийся режим балансируется с учетом зависимости активной и реактивной мощности комплексной нагрузки узла от напряжения и частоты.

После расчета установившегося режима активная и реактивная мощности нагрузки узла определяются суммированием составляющих:

$$P_{нг0} = P_{сн} + P_{ад} + P_{сд}, \quad Q_{нг0} = Q_{сн} + Q_{ад} + Q_{сд}.$$

Зависимость нагрузки от напряжения и частоты определяется индивидуально для каждого нагрузочного узла в соответствии с заданным составом нагрузки. Повышение точности модели нагрузки приводит к уменьшению скорости расчета за счет дополнительной обработки на каждой итерации динамической компоненты комплексной нагрузки.

В программах расчета переходных процессов в энергосистемах обычно используется разбиение комплексной нагрузки на составляющие после расчета установившегося режима. В программах расчета переходных процессов в узлах нагрузки с индивидуальным моделированием агрегатов двигатель-механизм состав нагрузки определен в исходных данных, поэтому при балансировании исходного режима определяется режим каждого из электродвигателей.

Если комплексная нагрузка включена в узлы напряжением 35 кВ и выше, потери в сети между узлом расчетной схемы и действительным узлом подключения нагрузки включаются в мощность нагрузки, а сама сеть исключается. В задачах динамики это может быть неприемлемо, поскольку не учитывается влияние сети на уровень напряжения на выводах двигателей, что заведомо искажает характер переходного процесса. Возникает задача учета влияния сети (линий, трансформато-

ров) между узлом расчетной схемы и действительным узлом подключения нагрузки.

Один из способов учета сети предложен в [9] и заключается в изменении параметров среднестатистического эквивалентного асинхронного двигателя, причем обобщенные параметры такого эквивалентного двигателя зависят от ожидаемого характера переходного процесса. Эти рекомендации не являются универсальными, они могут годиться для одной схемы и быть непригодными для другой. Рационально вместо изменения параметров эквивалентных двигателей представить исключенную сеть эквивалентной трансформаторной ветвью, рис. 7.1, поскольку при этом параметры эквивалентного двигателя не зависят от вида рассчитываемого переходного процесса.

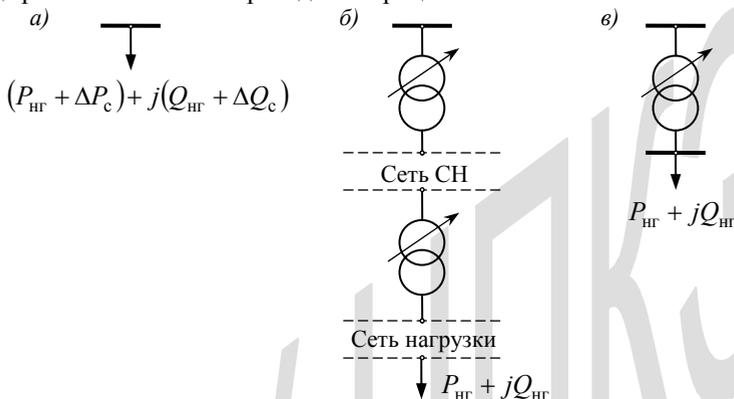


Рис. 7.1. Учет сети питания комплексной нагрузки

Нагрузка $(P_{нг} + \Delta P_c) + j(Q_{нг} + \Delta Q_c)$ на рис. 7.1, а замещает сеть на рис. 7.1, б с комплексной нагрузкой $P_{нг} + jQ_{нг}$. Для корректного учета влияния сети в задачах динамики сеть питания нагрузки представляется эквивалентной трансформаторной ветвью. Нагрузка переносится за трансформатор и из нее вычитается составляющая потерь $\Delta P_c + j\Delta Q_c$, рис. 7.1, в. Параметры эквивалентной трансформаторной ветви можно оценить, даже если неизвестна структура сети и коэффициенты трансформации трансформаторов, на основе общих соображений.

Результирующий коэффициент трансформации можно назначить из условия, что нормально допустимые отклонения напряжения на нагрузке в максимальном и минимальном режимах равны $\pm 5\%$, а предельно допустимые отклонения не должны превышать $\pm 10\%$. Активное сопротивление ветви можно оценить по среднестатистическим значениям потерь активной мощности в сети, а индуктивное – на осно-

ве соотношения r/x сетей разных классов напряжения. Полученные таким образом параметры затем проверяются и уточняются по результатам расчета установившегося режима. Обе схемы эквивалентны, если в установившемся режиме ток нагрузки в схеме на рис. 7.1, а равен току трансформатора в схеме на рис. 7.1, в.

§ 7.2. Требования к модели нагрузки

Статическая составляющая нагрузки является пассивным узловым элементом схемы и может быть описана уравнениями в осях d_v , q_v , которые используются для пассивных элементов схемы [25]. Чтобы учесть зависимость реактивности нагрузки от частоты в расчетах переходных процессов с большими понижениями частоты и действием АЧР, в качестве d_v , q_v осей должны быть выбраны оси, изменяющие угловую скорость при изменении частоты в энергосистеме. При моделировании вращающихся машин по полным уравнениям Парка-Горева статическую нагрузку тоже необходимо описать дифференциальными уравнениями. При использовании упрощенных уравнений Парка-Горева статическая нагрузка в динамике описывается теми же уравнениями, как и в расчетах установившихся режимов, § 1.3.

Модель динамической нагрузки включает в себя систему уравнений, описывающую асинхронный и синхронный двигатели и движение эквивалентных агрегатов двигатель-механизм. Требования к моделям двигателей определяются характером решаемых задач. В расчетах электромеханических переходных процессов в энергосистемах с небольшими изменениями частоты для эквивалентных двигателей считается допустимым использовать уравнения Парка-Горева, полученные для идеализированной машины, при этом не учитывается зависимость параметров двигателей от их режима.

Если синхронные генераторы описываются упрощенными уравнениями Парка-Горева, § 5.3, то для статора электродвигателей тоже используются алгебраические уравнения. При моделировании динамической нагрузки алгебраическими уравнениями нередко описывают не только статор, но и ротор двигателей, т. е. не учитывают электромагнитные переходные процессы и в статоре, и в роторе (сокращенно «статическая модель»). Такую модель допустимо использовать в расчетах длительной динамики с плавными изменениями режима, например, в режимных тренажерах диспетчеров энергосистем. От применения статической модели в расчетах переходных процессов, вызванных сильными возмущениями, следует отказаться. Статическая модель

фактически замещает двигатель шунтом с переменными параметрами, зависящими от скольжения. Не учитывается влияние ускорения ротора на ток и момент двигателя и разрывается взаимосвязь ротора двигателя с роторами других вращающихся машин. Двигатель не входит в электромеханическую систему вращающихся машин, что искажает общее движение энергосистемы. Статическая модель двигателя не воспроизводит затухание напряжения в узле нагрузки при отключении его от сети и не подпитывает точку короткого замыкания.

Для расчетов переходных процессов, вызванных значительными небалансами генерации и потребления в энергосистеме с глубокими понижениями частоты и действием АЧР, статическая модель тоже не пригодна, ротор двигателя необходимо описывать дифференциальными уравнениями. В этом случае двигательная нагрузка образует с генераторами электромеханическую систему, что позволяет учесть влияние на процессы снижения и последующего подъема частоты кинетической энергии вращающихся масс агрегатов двигатель-механизм.

В задачах расчета электромеханических переходных процессов в узлах нагрузки (пуск двигателей от сети, самозапуск при автоматических переключениях с рабочего на резервный источник питания, короткие замыкания, ступенчатый пуск от автономного источника и др.) для получения достоверных результатов необходимо индивидуальное моделирование агрегатов двигатель-механизм. При индивидуальном моделировании к моделям двигателей предъявляются следующие требования:

- воспроизведение зависимостей тока и электромагнитного момента различных типов двигателей в широком диапазоне изменения скольжения ротора от пускового до рабочего или входного скольжения (воспроизведение пусковых характеристик двигателей);
- воспроизведение переходов двигателей из двигательного в генераторный режим и обратно при коротких замыканиях в сети и при перерывах питания в процессе группового выбега с последующим переходом к индивидуальному выбегу.

Этим требованиям не удовлетворяют не только статическая модель двигателя, но и классические уравнения Парка-Горева с одним эквивалентным контуром в каждой из осей d и q с параметрами, не зависящими от режима машины, поскольку пусковые характеристики двигателей формируются именно за счет изменения параметров при изменении скольжения ротора. Необходима доработка модели, чтобы удовлетворить предъявляемые требования.

В практике моделирования для воспроизведения пусковых характеристик двигателей ротор замещается либо многоконтурной схемой с

постоянными параметрами контуров, либо одним контуром в каждой оси d и q с переменными параметрами.

§ 7.3. Динамическая модель асинхронного электродвигателя

Модель двигателя в собственных d, q осях с многоконтурной схемой замещения ротора легко получить из уравнений генератора, если, в соответствии с принятыми соглашениями, § 4.2, воспользоваться генераторной формой записи статорных уравнений, при этом в двигательном режиме скольжение, момент машины и момент механизма на валу будут отрицательными.

Асинхронный двигатель не имеет обмотки возбуждения и симметричен по осям d и q , поэтому d, q оси можно ориентировать произвольно, исходя из удобства построения алгоритма. Для асинхронного двигателя справедливы следующие соотношения:

$$M_{ad} = M_{aq} = M_a, \quad x_{ad} = x_{aq} = x_a,$$

$$L_d = L_q = L = L_s + M_a, \quad x_d = x_q = x = x_s + x_a,$$

$n_d = n_q = n$, т. е. в многоконтурной схеме замещения ротора число эквивалентных роторных контуров с постоянными параметрами по осям d и q одинаково, причем параметры роторных контуров по осям d и q с индексом i одни и те же,

$$L_{rdi} = L_{rqi} = L_{ri} = L_{sri} + M_a, \quad x_{rdi} = x_{rqi} = x_{ri} = x_{sri} + x_a,$$

$$r_{rdi} = r_{rqi} = r_{ri}, \quad T_{rdi} = T_{rqi} = T_{ri} = \frac{L_{ri}}{r_{ri}} = \frac{x_{ri}}{\omega_s r_{ri}} = \frac{1}{\omega_s \rho_{ri}},$$

$$\vartheta_d = \vartheta_q = \vartheta.$$

Система уравнений в собственных d, q осях, описывающая асинхронный двигатель, приобретает вид

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_d}{dt} + (1+s)\Psi_q + riq = -u_d, \quad (7.1)$$

$$(1+s)\Psi_d - \frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_q}{dt} - riq = u_q, \quad (7.2)$$

$$\frac{d\Psi_{rdi}}{dt} = -\frac{1}{T_{ri}} E_{rqi}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7.3)$$

$$\frac{d\Psi_{rqi}}{dt} = \frac{1}{T_{ri}} E_{rdi}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7.4)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_J} (M_{\text{мх}} - M_e), \quad (7.5)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_s (s - s_v), \quad (7.6)$$

$$\Psi_d = x_s i_d + E_{\delta q}, \quad (7.7)$$

$$\Psi_q = x_s i_q - E_{\delta d}, \quad (7.8)$$

$$\Psi_{rdi} = \frac{x_a}{x_{ri}} E_{\delta q} + \frac{x_{sri}}{x_{ri}} E_{rqi}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7.9)$$

$$\Psi_{rqi} = -\frac{x_a}{x_{ri}} E_{\delta d} - \frac{x_{sri}}{x_{ri}} E_{rdi}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7.10)$$

$$E_{\delta q} = \mathfrak{G} \left(x_a i_d + \sum_{i=1}^n E_{rqi} \right), \quad (7.11)$$

$$E_{\delta d} = -\mathfrak{G} \left(x_a i_q - \sum_{i=1}^n E_{rdi} \right), \quad (7.12)$$

$$M_e = \Psi_d i_q - \Psi_q i_d = E_{\delta q} i_q + E_{\delta d} i_d, \quad (7.13)$$

$$\mathfrak{G} = f(E_{\delta}), \quad E_{\delta} = \sqrt{E_{\delta q}^2 + E_{\delta d}^2}. \quad (7.14)$$

В систему уравнений добавлено уравнение (7.6) для определения угла δ между собственными и общими d_v , q_v осями, необходимого для преобразований переменных от собственных осей к общим и обратно. Учитывая, что x_a практически не влияет на ток и момент двигателя [24], полагают $\mathfrak{G} = 1,0 = \text{const}$. Форма записи уравнения движения (7.5) определяется принятыми соглашениями, § 4.2.

Число контуров многоконтурной схемы замещения ротора определяется необходимой точностью воспроизведения пусковых характеристик двигателя и конструктивным исполнением ротора. Для удовлетворительного воспроизведения пусковых характеристик требуется не менее трех контуров в каждой оси d и q .

Синтезу параметров многоконтурных схем замещения ротора на основе экспериментальных частотных характеристик посвящено большое количество работ. Разработаны методы синтеза параметров схемы замещения в случае избыточности информации, когда используются все имеющиеся экспериментальные значения проводимостей или комплексов пускового тока. Однако модель двигателя с многоконтурной схемой замещения ротора не нашла применения в промышлен-

ных программах из-за фактического отсутствия экспериментальных частотных характеристик электродвигателей и параметров многоконтурных схем замещения. Заводы-изготовители такой информацией не располагают. Единственной доступной информацией о двигателях являются их каталожные данные.

При использовании для расчета параметров модели каталожных данных целесообразно применить математическую модель с одним эквивалентным контуром в каждой из осей d и q с переменными параметрами, поскольку каталожные данные являются приближенной информацией. Это позволяет уменьшить порядок системы дифференциальных уравнений, а точность воспроизведения пусковых характеристик двигателей с различной конструкцией обмотки ротора моделью с переменными параметрами лучше, чем моделью с многоконтурной схемой замещения ротора. Многоконтурная схема замещения ротора может оказаться предпочтительнее лишь в случае использования полных уравнений Парка-Горева, поскольку обеспечивает мгновенную реакцию ротора на изменения режима статора.

В модели двигателя с переменными параметрами и замещением реальной системы роторных контуров двумя эквивалентными контурами, по одному в оси d и q , воспроизведение пусковых характеристик можно обеспечить, изменяя непосредственно параметры модели, зависящие от режима машины, либо, по аналогии с учетом насыщения генератора, можно ввести в уравнения специальные переменные параметры, учитывающие зависимость параметров идеализированной машины от ее режима. Второй способ позволяет построить модель, для расчета параметров которой можно разработать алгоритм, использующий только каталожную информацию о двигателе [42].

Исходные уравнения асинхронного двигателя в именованных единицах в собственных d, q осях можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\bar{L}i_d + \bar{M}_a i_{rd}) + \omega (\bar{L}i_q + \bar{M}_a i_{rq}) + ri_d &= -u_d, \\ \omega (\bar{L}i_d + \bar{M}_a i_{rd}) - \frac{d}{dt} (\bar{L}i_q + \bar{M}_a i_{rq}) - ri_q &= u_q, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} \bar{M}_a i_d + \bar{L}_r i_{rd} \right) + \bar{r}_r i_{rd} &= 0, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} \bar{M}_a i_q + \bar{L}_r i_{rq} \right) + \bar{r}_r i_{rq} &= 0, \\ J \frac{d\Omega}{dt} &= M_{\text{мх}} - M_e, \end{aligned}$$

где параметры, зависящие от режима машины, обозначены черточкой сверху.

Индуктивности контуров статора $\bar{L} = \bar{L}_s + \bar{M}_a$ и ротора $\bar{L}_r = \bar{L}_{sr} + \bar{M}_a$ и коэффициент взаимной индукции \bar{M}_a между контурами статора и ротора нельзя выносить за знак дифференцирования, поскольку они зависят от насыщения стали по пути соответствующих магнитных потоков рассеяния и взаимной индукции и изменяются во времени. Параметры \bar{L}_{sr} и \bar{r}_r зависят от частоты тока ротора, то есть от глубины проникновения тока в пазовой части обмотки ротора или от перераспределения тока между пусковой и рабочей обмотками двухклеточных двигателей.

Введем в уравнения машины переменные параметры, учитывающие насыщение стали по пути магнитных потоков рассеяния и взаимной индукции и распределение тока в стержнях обмотки ротора:

$$1. \vartheta = \frac{\bar{M}_a}{M_a} = \frac{\bar{x}_a}{x_a} = \vartheta(i, i_r, \Psi_\delta), \text{ учитывает изменение коэффициента вза-}$$

имной индукции и соответствующей реактивности при изменении токов и магнитных потоков рассеяния обмоток статора и ротора и результирующего потокосцепления в воздушном зазоре Ψ_δ .

$$2. \beta = \frac{\bar{L}_s}{L_s} = \frac{\bar{x}_s}{x_s} = \beta(i, \Psi_\delta), \text{ учитывает изменение коэффициента самоин-}$$

дукции и реактивности рассеяния обмотки статора при изменении ее потока рассеяния и результирующего потокосцепления в воздушном зазоре.

$$3. \gamma = \frac{\bar{L}_{sr}}{L_{sr}} = \frac{\bar{x}_{sr}}{x_{sr}} = \gamma(i_r, \Psi_\delta, f_{ir}), \text{ учитывает зависимость коэффициента}$$

самоиндукции и реактивности рассеяния обмотки ротора от магнитного потока рассеяния, результирующего потокосцепления в воздушном зазоре и от частоты тока ротора f_{ir} .

4. $\bar{r}_r = r_r(f_{ir})$, активное сопротивление роторных контуров зависит от распределения тока в пазовой части контуров ротора или от перераспределения тока между пусковой и рабочей обмотками двухклеточных двигателей, поэтому является функцией частоты тока ротора.

Параметры $M_a, x_a, L_s, x_s, L_{sr}, x_{sr}, r$ являются постоянными, не зависят от электромагнитного состояния двигателя и определяются для идеализированной машины.

Насыщенные коэффициенты само- и взаимоиндукции машины связаны с постоянными коэффициентами идеализированной машины $L = L_s + M_a$ и $L_r = L_{sr} + M_a$ следующими соотношениями:

$$\bar{M}_a = \vartheta M_a, \quad \bar{L} = \beta L_s + \vartheta M_a, \quad \bar{L}_r = \gamma L_{sr} + \vartheta M_a.$$

Поэтому исходную систему уравнений можно переписать в виде:

$$\frac{d}{dt} ((\beta L_s + \vartheta M_a) i_d + \vartheta M_a i_{rd}) + \omega ((\beta L_s + \vartheta M_a) i_q + \vartheta M_a i_{rq}) + r i_d = -u_d, \quad (7.15)$$

$$\omega ((\beta L_s + \vartheta M_a) i_d + \vartheta M_a i_{rd}) - \frac{d}{dt} ((\beta L_s + \vartheta M_a) i_q + \vartheta M_a i_{rq}) - r i_q = u_q, \quad (7.16)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} \vartheta M_a i_d + (\gamma L_{sr} + \vartheta M_a) i_{rd} \right) + \bar{r}_r i_{rd} = 0, \quad (7.17)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} \vartheta M_a i_q + (\gamma L_{sr} + \vartheta M_a) i_{rq} \right) + \bar{r}_r i_{rq} = 0, \quad (7.18)$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M_{\text{мх}} - M_e. \quad (7.19)$$

Далее:

- умножим уравнения роторных контуров (7.17) и (7.18) на $\frac{\omega_s M_a}{L_r}$,

где M_a и L_r – постоянные параметры идеализированной машины,

- введем вместо токов роторных контуров i_{rd} и i_{rq} новые переменные $E_{rq} = \omega_s M_a i_{rd}$, $E_{rd} = -\omega_s M_a i_{rq}$ – ЭДС, индуцируемые в контурах статора магнитным полем токов контуров ротора идеализированной машины,
- перейдем в уравнении движения (7.19) от угловой скорости к скольжению ротора относительно синхронных осей,
- введем в уравнения (7.17) и (7.18) декремент роторных контуров

$\rho_r = \frac{\bar{r}_r}{x_r} = \rho_r(f_{ir})$, зависящий частоты тока ротора, где x_r – реак-

тивность контуров ротора идеализированной машины, частота тока ротора в относительных единицах определяется разностью скольжений ротора двигателя s и изображающего вектора напряжения s_u относительно синхронных осей, $f_{ir} = s - s_u$.

▪ приведем уравнения к относительным единицам А.А. Горева.
В результате получим следующую систему уравнений в собственных d, q осях

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_d}{dt} + (1+s)\Psi_q + ri_d = -u_d, \quad (7.20)$$

$$(1+s)\Psi_d - \frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_q}{dt} - ri_q = u_q, \quad (7.21)$$

$$\frac{d\Psi_{rd}}{dt} = -\omega_s \rho_r E_{rq}, \quad (7.22)$$

$$\frac{d\Psi_{rq}}{dt} = \omega_s \rho_r E_{rd}, \quad (7.23)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_J} (M_{\text{мх}} - M_e), \quad (7.24)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_s (s - s_v), \quad (7.25)$$

$$\Psi_d = (\beta x_s + \vartheta x_a) i_d + \vartheta E_{rq} = \beta x_s i_d + E_{\delta q},$$

$$\Psi_q = (\beta x_s + \vartheta x_a) i_q - \vartheta E_{rd} = \beta x_s i_q - E_{\delta d},$$

$$\Psi_{rd} = \frac{\vartheta x_a^2}{x_r} i_d + \frac{\gamma x_{sr} + \vartheta x_a}{x_r} E_{rq} = \frac{x_a}{x_r} E_{\delta q} + \frac{\gamma x_{sr}}{x_r} E_{rq},$$

$$\Psi_{rq} = \frac{\vartheta x_a^2}{x_r} i_q - \frac{\gamma x_{sr} + \vartheta x_a}{x_r} E_{rd} = -\frac{x_a}{x_r} E_{\delta d} - \frac{\gamma x_{sr}}{x_r} E_{rd},$$

$$E_{\delta q} = \vartheta (x_a i_d + E_{rq}),$$

$$E_{\delta d} = -\vartheta (x_a i_q - E_{rd}),$$

$$M_e = \Psi_d i_q - \Psi_q i_d = E_{\delta q} i_q + E_{\delta d} i_d = \vartheta (E_{rq} i_q + E_{rd} i_d),$$

$$E_{\delta} = \sqrt{E_{\delta q}^2 + E_{\delta d}^2}, \quad E_r = \sqrt{E_{rq}^2 + E_{rd}^2},$$

$$\beta = \beta(i, E_{\delta}), \quad \gamma = \gamma(E_r, E_{\delta}, s - s_u), \quad \rho_r = \rho_r(s - s_u), \quad \vartheta = \vartheta(i, E_r, E_{\delta}),$$

Уравнение (7.25) определяет угол $\delta = (q \angle q_v)$ между собственными и общими осями со скольжением s_v , который необходим для преобразований переменных от собственных осей к общим осям и обратно.

В этой системе уравнений переменные параметры $\rho_r, \beta, \gamma, \vartheta$ зависят от режима машины, остальные параметры постоянны и определяются для идеализированной машины. После приведения уравнений к

относительным единицам в функциях переменных параметров вместо результирующего потокосцепления в воздушном зазоре Ψ_{δ} используется численно равная ему ЭДС за реактивностью рассеяния статора E_{δ} . Подобрав функции изменения переменных параметров, можно обеспечить воспроизведение пусковых характеристик электродвигателей с различным конструктивным исполнением ротора.

Эту модель можно упростить без ущерба для ее точности. В диапазоне скольжений $-s_{кр} \leq s \leq s_{кр}$, где $s_{кр}$ – критическое скольжение, параметры машины можно считать практически постоянными. Для формирования пусковых характеристик достаточно учитывать изменение параметров в диапазоне скольжений от пускового до критического даже для двигателей с повышенным скольжением.

При пуске насыщение стали ротора и спинки статора, по которым проходит поток взаимной индукции, не достигает рабочих значений, т. к. поток взаимной индукции мал. Рабочее насыщение этих участков магнитопровода возникает лишь при прохождении двигателем критического скольжения, когда магнитный поток взаимной индукции резко возрастает. Насыщение стали зубцовых слоев статора и ротора, глубокое в процессе пуска, когда токи в обмотках машины в несколько раз превышают номинальные, наоборот, резко уменьшается при прохождении критического скольжения и достижении рабочих скольжений. Следовательно, состояние стали зубцовых слоев с одной стороны и стали массива ротора и спинки статора с другой стороны, по которым проходит магнитный поток взаимной индукции, в процессе пуска и при переходе от пускового к рабочему режиму изменяется во взаимно противоположных направлениях. Это позволяет принять допущение о постоянстве параметра насыщения по пути магнитного потока взаимной индукции $\vartheta = const$. Кроме того, пусковые характеристики машины от значения этого параметра практически не зависят [24], поэтому для всех типов двигателей допустимо принимать одно и то же среднее значение $\vartheta = \vartheta_n$. Асинхронные двигатели в зависимости от степени использования активных материалов имеют в номинальном режиме работы коэффициент насыщения для реактивности взаимоиндукции $\vartheta_n = 0,8 \div 0,9$, можно принять любое значение из этого диапазона, допустимо использовать $\vartheta_n = 1,0$.

Глубокое насыщение стали зубцовых слоев происходит за счет увеличения токов обмоток статора и ротора, поэтому в диапазоне скольжений от пускового до критического можно пренебречь весьма

слабой зависимостью параметров β и γ от магнитного потока взаимной индукции, полагая, что $\beta = \beta(i)$ и $\gamma = \gamma(E_r, s - s_u)$.

Принятые допущения позволяют исключить из модели двигателя функциональную зависимость $\vartheta = \vartheta(i, E_r, E_\delta)$, уравнения для определения $E_{\delta q}$, $E_{\delta d}$ и упростить зависимости переменных параметров β и γ от режима машины. Переход к форме записи уравнений с использованием коэффициентов магнитной связи и рассеяния контуров статора и ротора позволяет еще больше упростить запись уравнений двигателя.

Определим коэффициенты магнитной связи и рассеяния для идеализированной машины:

$$\begin{aligned}\sigma_s &= \frac{x_s}{x}, \quad \mu_s = 1 - \sigma_s = \frac{x_a}{x}, \quad x_s = \sigma_s x, \quad x_a = \mu_s x, \\ \sigma_{sr} &= \frac{x_{sr}}{x_r}, \quad \mu_{sr} = 1 - \sigma_{sr} = \frac{x_a}{x_r}, \quad x_{sr} = \sigma_{sr} x_r, \quad x_a = \mu_{sr} x_r, \\ \mu &= \mu_s \mu_{sr} = \frac{x_a^2}{xx_r}, \quad \sigma = 1 - \mu.\end{aligned}$$

Тогда уравнения для потокосцеплений контуров статора и ротора можно записать в виде

$$\begin{aligned}\Psi_d &= (\beta\sigma_s + \vartheta\mu_s)xi_d + \vartheta E_{rq}, \\ \Psi_q &= (\beta\sigma_s + \vartheta\mu_s)xi_q - \vartheta E_{rd}, \\ \Psi_{rd} &= \vartheta\mu x_i d + (\gamma\sigma_{sr} + \vartheta\mu_{sr})E_{rq}, \\ \Psi_{rq} &= \vartheta\mu x_i q - (\gamma\sigma_{sr} + \vartheta\mu_{sr})E_{rd}.\end{aligned}$$

Поскольку $\vartheta = const$, коэффициенты магнитной связи и рассеяния идеализированной машины тоже являются постоянными величинами, вместо параметров β и γ можно вести два новых переменных параметра, которые можно назвать параметрами насыщения статора и ротора,

$$\begin{aligned}\alpha_s &= \beta\sigma_s + \vartheta\mu_s = \alpha_s(i), \\ \alpha_{sr} &= \gamma\sigma_{sr} + \vartheta\mu_{sr} = \alpha_{sr}(E_r, s - s_u).\end{aligned}$$

Пусковые характеристики двигателя формируются изменением декремента $\rho_r = \rho_r(s - s_u)$ и параметров насыщения $\alpha_s(i)$, $\alpha_{sr}(E_r, s - s_u)$.

Таким образом, асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором в собственных d, q осях описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_d}{dt} + (1 + s)\Psi_q + ri_d = -u_d, \quad (7.26)$$

$$(1+s)\Psi_d - \frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_q}{dt} - r i_q = u_q, \quad (7.27)$$

$$\frac{d\Psi_{rd}}{dt} = -\omega_s \rho_r E_{rq}, \quad (7.28)$$

$$\frac{d\Psi_{rq}}{dt} = \omega_s \rho_r E_{rd}, \quad (7.29)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_J} (M_{\text{мх}} - M_e), \quad (7.30)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_s (s - s_v), \quad (7.31)$$

$$\Psi_d = \alpha_s x i_d + \vartheta E_{rq}, \quad (7.32)$$

$$\Psi_q = \alpha_s x i_q - \vartheta E_{rd}, \quad (7.33)$$

$$\Psi_{rd} = \vartheta \mu x i_d + \alpha_{sr} E_{rq}, \quad (7.34)$$

$$\Psi_{rq} = \vartheta \mu x i_q - \alpha_{sr} E_{rd}, \quad (7.35)$$

$$M_e = \Psi_d i_q - \Psi_q i_d = \vartheta (E_{rq} i_q + E_{rd} i_d), \quad (7.36)$$

$$\alpha_s = \alpha_s(i), \quad \alpha_{sr} = \alpha_{sr}(E_r, s - s_u), \quad E_r = \sqrt{E_{rq}^2 + E_{rd}^2}, \quad (7.37)$$

$$\rho_r = \rho_r(s - s_u), \quad \vartheta = \vartheta_H = \text{const}. \quad (7.38)$$

Для этой модели асинхронного двигателя можно разработать алгоритм расчета параметров, использующий только каталожную информацию о двигателе.

При записи уравнений асинхронной машины в собственных осях производные $d\Psi_{rd}/dt$ и $d\Psi_{rq}/dt$ не равны нулю не только в переходном, но и в рабочем режиме. Угол $\delta = (q \wedge q_v)$ между собственными и d_v , q_v осями непрерывно изменяется, при расчете начальных условий этот угол в отличие от синхронных машин можно назначить произвольно.

Уравнения симметричных по осям d и q асинхронных машин можно записывать не в собственных, а в общих d_v , q_v осях. Благодаря симметрии машины уравнения получаются достаточно простыми. Чтобы получить уравнения асинхронной машины в осях d_v , q_v , нужно выразить переменные в собственных осях через переменные в осях d_v , q_v по формулам преобразования координат

$$u_d = u_{d_v} \cos \delta - u_{q_v} \sin \delta, \quad u_q = u_{d_v} \sin \delta + u_{q_v} \cos \delta,$$

$$\begin{aligned}
 i_d &= i_{dv} \cos \delta - i_{qv} \sin \delta, \quad i_q = i_{dv} \sin \delta + i_{qv} \cos \delta, \\
 \Psi_d &= \Psi_{dv} \cos \delta - \Psi_{qv} \sin \delta, \quad \Psi_q = \Psi_{dv} \sin \delta + \Psi_{qv} \cos \delta, \\
 \Psi_{rd} &= \Psi_{rdv} \cos \delta - \Psi_{rqv} \sin \delta, \quad \Psi_{rq} = \Psi_{rdv} \sin \delta + \Psi_{rqv} \cos \delta, \\
 E_{rd} &= E_{rdv} \cos \delta - E_{rqv} \sin \delta, \quad E_{rq} = E_{rdv} \sin \delta + E_{rqv} \cos \delta.
 \end{aligned}$$

Используя эти соотношения, преобразуем, например, уравнения статора машины (7.26) и (7.27). Подставим выражения для Ψ_d , Ψ_q , i_d , i_q , u_d , u_q в эти уравнения. После дифференцирования и преобразований получим:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\omega_s} \left(\frac{d\Psi_{dv}}{dt} \cos \delta - \frac{d\Psi_{qv}}{dt} \sin \delta \right) + (1 + s_v) (\Psi_{dv} \sin \delta + \Psi_{qv} \cos \delta) + \\
 + r (i_{dv} \cos \delta - i_{qv} \sin \delta) = -u_{dv} \cos \delta + u_{qv} \sin \delta, \\
 (1 + s_v) (\Psi_{dv} \cos \delta - \Psi_{qv} \sin \delta) - \frac{1}{\omega_s} \left(\frac{d\Psi_{dv}}{dt} \sin \delta + \frac{d\Psi_{qv}}{dt} \cos \delta \right) - \\
 - r (i_{dv} \sin \delta + i_{qv} \cos \delta) = u_{dv} \sin \delta + u_{qv} \cos \delta.
 \end{aligned}$$

Умножая первое уравнение на $\cos \delta$, второе – на $\sin \delta$, и вычитая из первого уравнения второе, умножая первое уравнение на $\sin \delta$, второе – на $\cos \delta$ и складывая, получим уравнения для статора двигателя, в которых переменными являются проекции изображающих векторов $\vec{\Psi}$, \vec{I} и \vec{U} на общие оси:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_{dv}}{dt} + (1 + s_v) \Psi_{qv} + r i_{dv} &= -u_{dv}, \\
 (1 + s_v) \Psi_{dv} - \frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_{qv}}{dt} - r i_{qv} &= u_{qv}.
 \end{aligned}$$

Аналогично преобразуются остальные уравнения.

Кроме того, уравнения статора двигателя можно объединить с уравнениями линии питания, которой он подключен к узлу, общему для нескольких двигателей, рис. 7.2, чтобы уменьшить число узлов в расчетной схеме.

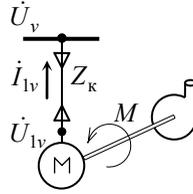


Рис. 7.2. К записи уравнений агрегата двигатель-механизм

Линия питания (кабель) характеризуется ее полным сопротивлением $Z_k = r_k + jx_k$, емкостью сравнительно короткой линии допустимо пренебречь. Дифференциальные уравнения линии в координатах d_v , q_v можно записать в виде

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_{dv}}{dt} + (1 + s_v) \Psi_{qv} + r_k i_{dv} = -(u_{dv} - u_{1dv}),$$

$$(1 + s_v) \Psi_{dv} - \frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_{qv}}{dt} - r_k i_{qv} = u_{qv} - u_{1qv},$$

где $\Psi_{dv} = x_k i_{dv}$, $\Psi_{qv} = x_k i_{qv}$, u_{1v} – напряжение на выводах двигателя, u_v – напряжение в узле.

После подстановки выражений для u_{1dv} , u_{1qv} полученных из уравнений линии, в уравнения (7.26), (7.27) система уравнений асинхронного двигателя в осях d_v , q_v приобретает вид

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_{dv}}{dt} + (1 + s_v) \Psi_{qv} + (r + r_k) i_{dv} = -u_{dv}, \quad (7.39)$$

$$(1 + s_v) \Psi_{dv} - \frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_{qv}}{dt} - (r + r_k) i_{qv} = u_{qv}. \quad (7.40)$$

$$\frac{d\Psi_{rdv}}{dt} = -\omega_s \rho_r E_{rqv} + \omega_s (s - s_v) \Psi_{rqv}, \quad (7.41)$$

$$\frac{d\Psi_{rqv}}{dt} = \omega_s \rho_r E_{rdv} - \omega_s (s - s_v) E_{rdv}, \quad (7.42)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_J} (M_{mx} - M_e), \quad (7.43)$$

$$\Psi_{dv} = (\alpha_s x + x_k) i_{dv} + \vartheta E_{rqv}, \quad (7.44)$$

$$\Psi_{qv} = (\alpha_s x + x_k) i_{qv} - \vartheta E_{rdv}, \quad (7.45)$$

$$\Psi_{rdv} = \vartheta \mu x i_{dv} + \alpha_{sr} E_{rqv}, \quad (7.46)$$

$$\Psi_{rqv} = \mathfrak{M}x i_{qv} - \alpha_{sr} E_{rdv}, \quad (7.47)$$

$$M_e = \Psi_{dv} i_{qv} - \Psi_{qv} i_{dv} = \mathfrak{M} (E_{rqv} i_{qv} + E_{rdv} i_{dv}), \quad (7.48)$$

$$\alpha_s = \alpha_s(i_v), \quad \alpha_{sr} = \alpha_{sr}(E_{rv}, s - s_u), \quad E_{rv} = \sqrt{E_{rqv}^2 + E_{rdv}^2}, \quad (7.49)$$

$$\rho_r = \rho_r(s - s_u), \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{M}_u. \quad (7.50)$$

При переходе в систему координат d_v, q_v изменили форму только дифференциальные уравнения эквивалентных роторных контуров машины (7.41), (7.42), остальные уравнения имеют такой же вид, как и при записи в собственных осях, а уравнение для определения угла между собственными и осями d_v, q_v исключено. В отличие от уравнений в собственных осях, в установившемся режиме производные по времени проекций изображающего вектора потокосцепления роторных контуров на оси d_v, q_v равны нулю.

Видно, что уравнения в собственных осях можно получить из уравнений в осях d_v, q_v , положив $s_v = s$. Уравнения двигателя в осях d_u, q_u , связанных с вектором напряжения узла, получаются заменой $s_v = s_u$. При переходе к синхронным осям $s_v = 0$. Имеется возможность менять систему координат непосредственно в ходе расчета. При смене координат вид уравнений не изменяется, необходимо только преобразовать переменные в новую систему координат.

Следует отметить, что для учета зависимости реактивностей статора двигателя и ЭДС, индуцируемых в статоре токами ротора, от частоты, например, при расчетах АЧР, в качестве осей, в которых записываются уравнения двигателя, следует выбрать либо собственные оси, либо оси, угловая скорость которых изменяется при изменении частоты в энергосистеме. Это могут быть оси, связанные с вектором напряжения в узле включения двигателя. Можно использовать собственные оси генератора в узле свертки схемы, если последний не является узлом бесконечной мощности с фиксированной частотой. Если в узле включения двигателя имеется генератор, в качестве d_v, q_v осей двигателя можно выбрать d, q оси этого генератора, при этом можно положить $s_u = s_v$. Однако при отключении генератора, при разделении схемы на части или при объединении частей схемы, возникает необходимость смены d_v, q_v осей двигателей с преобразованием переменных в новую систему координат. При разделении и слиянии схемы смену координат двигателя можно производить через синхронные оси. Непосредственно перед коммутацией переменные преобразуются к

синхронным осям, а после коммутации переменные преобразуются в новую d_v, q_v систему координат. При использовании уравнений в собственных осях таких затруднений не возникает.

При отключении двигателей от схемы или при образовании вследствие коммутаций части схемы без генераторных узлов целесообразно моделировать выбегающие двигатели в собственных осях. В качестве общих осей для группы выбегающих двигателей можно выбрать синхронные оси. В процессе группового и индивидуального выбега переменные параметры двигателей принимаются постоянными.

В дальнейшем при использовании уравнений двигателя в осях d_v, q_v индекс v сохраняется только у скольжения s_v , у остальных переменных этот индекс для краткости опускается.

§ 7.4. Учет и рассеивание потерь в асинхронном двигателе

При индивидуальном моделировании асинхронных двигателей возникает задача учета и рассеивания потерь в двигателях для формирования адекватных внешних характеристик двигателя со стороны сети и со стороны вала.

В рабочем режиме потери в асинхронных машинах больше, чем в синхронных, коэффициент полезного действия (КПД) составляет $\eta_n = 80 \div 96\%$, среднее значение примерно равно 90%. В каталожных данных номинальной активной мощностью двигателя является мощность на валу $P_n = P_{1n} \eta_n$, равная мощности, потребляемой из сети P_{1n} , за вычетом потерь в двигателе, а номинальные полная мощность и ток двигателя определяются с учетом потерь по формулам

$$S_n = \frac{P_n}{\cos \varphi_n \eta_n}, \quad I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n}.$$

При пуске двигателя потери в нем многократно возрастают, понятие КПД для этого режима теряет смысл.

Модель двигателя с переменными параметрами обеспечивает учет и рассеивание потерь в двигателе при пуске и самозапуске в диапазоне скольжений от пускового до критического за счет изменения параметров. Кратность пускового тока определяется по отношению к номинальному току и составит составляющую потерь. Если модель воспроизводит пусковой ток двигателя, то в потребляемом из сети токе присутствует составляющая потерь. Если при этом модель воспроизводит зависимость момента на валу от скольжения, это означает, что модель рассеивает потери в двигателе.

В диапазоне рабочих скольжений модель двигателя на основе уравнений Парка-Горева не рассеивает потери в стали статора, механические, добавочные потери, а также потери в активном сопротивлении обмотки статора, если в упрощенных уравнениях, § 7.5, полагают активное сопротивление равным нулю. Это приводит к заметному искажению внешних характеристик модели двигателя со стороны сети или со стороны вала, рис. 7.2.

Если параметры модели определены так, чтобы в номинальном режиме из сети потреблялась номинальная мощность и ток двигателя был равен номинальному, то это приведет к завышению момента на валу, скольжение ротора будет меньше номинального. Если параметры модели определены так, чтобы в номинальном режиме на валу получался номинальный момент, то потребляемый из сети ток будет меньше номинального, а это приведет к погрешностям в определении напряжения в узлах схемы. Эти погрешности проявляются не только в рабочем режиме, они могут исказить результаты расчетов электромеханических переходных процессов. Например, при расчете тяжелых продолжительных режимов самозапуска в узлах нагрузки, когда происходит поочередный (каскадный) разгон отдельных двигателей или их групп до рабочей частоты вращения, эти погрешности модели могут привести к получению недостоверных результатов по уровню напряжений в узле и по времени самозапуска.

Искажение внешних характеристик двигателя в рабочем режиме можно устранить. Параметры модели нужно определить так, чтобы в номинальном режиме из сети потреблялась номинальная полная мощность с учетом потерь, и принудительно рассеять те составляющие потерь, которые не рассеиваются моделью двигателя, чтобы обеспечить номинальную мощность на валу при номинальном скольжении ротора.

На рис. 7.3 приведены зависимости потребляемой из сети мощности P_1 , тока I_1 и КПД η асинхронного двигателя средней мощности от отдаваемой через вал мощности P_2 [24].

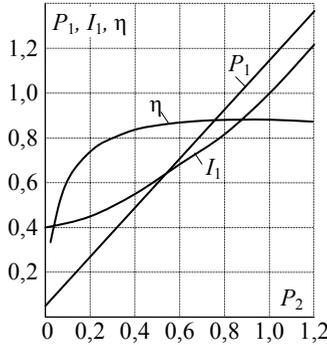


Рис. 7.3. Рабочие характеристики асинхронного двигателя

Максимум КПД получается при таком значении мощности на валу, при котором постоянные потери (в стали, механические и добавочные) равны потерям в обмотке статора. Видно, что это условие выполняется в диапазоне нагрузок $(0,4 \dots 1,2) P_H$, где КПД изменяется мало. Учитывая это свойство рабочих характеристик двигателей, допустимо считать КПД двигателя при рабочих скольжениях ротора примерно постоянным. Это допущение резко упрощает учет потерь в двигателе. Достаточно оценить значение потерь, не рассеиваемых моделью, и принудительно рассеять их при передаче энергии со статора на ротор.

На рис. 7.4 представлены энергетические диаграммы двигателя [24] и его модели, заштрихованная область условно показывает воздушный зазор машины. Реальный процесс преобразования энергии замещается

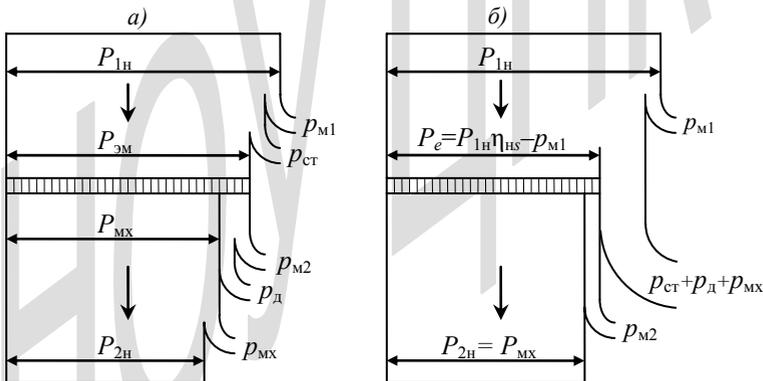


Рис. 7.4. Энергетические диаграммы асинхронного двигателя (а) и его модели (б) в номинальном режиме

модельным, эквивалентным реальному с точки зрения воздействия двигателя на сеть и на вал механизма, сочлененного с двигателем.

На рисунке обозначено:

$P_{1H} = P_{2H} / \eta_H$ – потребляемая из сети активная мощность,

$P_{ЭМ}$ – электромагнитная мощность в зазоре,

$P_{МХ} = P_{ЭМ} (1 + s_H)$ – полная механическая мощность на валу (для принятой генераторной формы записи уравнений статора, § 4.2, $s_H < 0$),

$P_{2H} = P_H$ – номинальная мощность на валу при вращении ротора с угловой скоростью $\Omega_{2H} = \frac{\omega_s (1 + s_H)}{p}$, p – число пар полюсов,

$p_{ст}$, p_{M1} – потери в стали и обмотке статора,

$p_{M2} = P_H - P_{ЭМ} = -s_H P_{ЭМ}$ – потери в обмотке ротора, потери в стали ротора пренебрежимо малы,

p_d , $p_{МХ}$ – добавочные и механические потери,

$P_e = (P_{1H} \eta_{HS} - p_{M1})$ – электромагнитная мощность, передаваемая через воздушный зазор со статора на ротор, при вращении магнитного поля в зазоре с угловой скоростью $\Omega_{1H} = \frac{\omega_s}{p}$,

$\eta_{HS} = \frac{P_{1H} - p_{ст} - p_{МХ} - p_d}{P_{1H}}$ – коэффициент полезного действия, учитывающий потери, не рассеиваемые моделью.

Рассеивание потерь осуществляется умножением электромагнитного момента двигателя (7.48) на η_{HS}

$$M_e = (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) \eta_{HS} = 9(E_{rq} i_q + E_{rd} i_d) \eta_{HS}. \quad (7.51)$$

Переменные параметры модели (7.49), (7.50) необходимо определить с учетом принудительного рассеивания потерь рабочего режима.

Формулу для расчета η_{HS} можно получить из баланса потерь в двигателе

$$P_{1H} (1 - \eta_{HS}) + p_{M1} - s_H P_e = P_{1H} - P_{2H}$$

или из баланса моментов на валу в номинальном режиме

$$\frac{P_e}{\Omega_{1H}} = \frac{P_{2H}}{\Omega_{2H}}, \quad \frac{(P_{1H} \eta_{HS} - p_{M1}) p}{\omega_s} = \frac{P_{2H} p}{\omega_s (1 + s_H)}, \quad \text{откуда}$$

$$\eta_{нс} = \frac{\eta_n}{1 + s_n} + \frac{P_{м1}}{P_{1н}} = \frac{\eta_n}{1 + s_n} + \frac{r_{1*(н)}}{\cos \varphi_n}, \quad (7.52)$$

где $r_{1*(н)} = r_{1[ОМ]} \frac{S_n}{U_n^2}$ – активное сопротивление обмотки статора в отнoсительных единицах при номинальных условиях.

Если используют упрощенные статорные уравнения и полагают $r = 0$, тогда $\eta_{нс}$ учитывает также потери в обмотке статора и определяется по формуле

$$\eta_{нс} = \frac{\eta_n}{1 + s_n}. \quad (7.53)$$

При кратковременном переходе двигателя в генераторный режим, например, при коротком замыкании или групповом выбеге, что определяется по знаку активной составляющей тока статора $I_a > 0$, принимается $\eta_{нс} = 1,0$.

§ 7.5. Упрощенные уравнения асинхронного двигателя

При выборе упрощенных статорных уравнений для генераторов схемы, § 5.3, упрощенные уравнения используют и для двигателей, пренебрегая трансформаторными ЭДС. Для учета изменения индуктивного сопротивления двигателя и ЭДС, индуцируемых в статоре токами роторных контуров, при больших изменениях частоты, в статорных уравнениях двигателей необходимо сохранить ЭДС скольжения $s_v \Psi_q$ и $s_v \Psi_d$. Обозначая токи и напряжения статора двигателя в упрощенных уравнениях прописными буквами вместо строчных, уравнения статора можно записать в виде

$$(1 + s_v) \Psi_q + (r + r_k) I_d = -U_d, \quad (7.54)$$

$$(1 + s_v) \Psi_d - (r + r_k) I_q = U_q. \quad (7.55)$$

Для эквивалентных двигателей комплексной нагрузки узлов, состав которой известен приближенно, сопротивление линии питания и активное сопротивление статорных контуров можно положить равными нулю.

При расчете электромеханических переходных процессов в узлах нагрузки на напряжении 6(10) кВ и выше тоже обычно полагают $r = 0$, а сопротивление кабелей учитывают, если длина линии превышает 100 м [42]. На напряжении 6(10) кВ и выше учет активного со-

противления обмотки статора и линии питания является обязательным при определении тепловых импульсов токов к. з., аperiodической и периодической составляющих тока подпитки точки трехфазного к. з. от асинхронных электродвигателей. Учет активного сопротивления обмотки статора и сопротивления линии питания является обязательным при расчете переходных процессов в узлах нагрузки на напряжении 0,4 или 0,66 кВ. Учет ЭДС скольжения и активного сопротивления статора обязательны в расчетах частотного пуска.

При использовании для вращающихся машин упрощенных уравнений Парка-Горева для определения производных интегрируемых переменных на каждом шаге или подшаге численного интегрирования необходимо рассчитывать мгновенный электрический режим, замещая генераторы и двигатели источниками ЭДС или тока. Поскольку асинхронные двигатели по осям d и q имеют одинаковые параметры, замещение их источником ЭДС не вызывает затруднений, в отличие от генераторов, § 5.4.

Подставляя выражения для E_{rd} и E_{rq} , полученные из уравнений (7.46), (7.47), в уравнения (7.44), (7.45), подставляя полученные выражения для потокоцеплений контуров статора в уравнения статора (7.54), (7.55) и совмещая оси комплексной плоскости с осями d_v , q_v , асинхронный двигатель как источник ЭДС можно представить в виде

$$\dot{E} = E_q + jE_d = \dot{U} + Z\dot{I}, \quad (7.56)$$

$$E_q = U_q - I_d X + I_q R,$$

$$E_d = U_d + I_q R + I_d X,$$

$$\text{где: } E_q = \frac{1+s_v}{\alpha_{sr}} \Psi_{rd}, \quad E_d = -\frac{1+s_v}{\alpha_{sr}} \Psi_{rq},$$

$$Z = R + jX, \quad R = r + r_k, \quad X = (1+s_v) \left(\left(\alpha_s - \frac{9\mu}{\alpha_{sr}} \right) x + x_k \right).$$

Источник ЭДС можно преобразовать в источник тока

$$\dot{J} = J_q + jJ_d = \dot{I} + Y\dot{U}, \quad (7.57)$$

$$\text{где } Y = \frac{1}{Z}, \quad \dot{J} = Y\dot{E}.$$

Расчет электрического режима схемы производится в именованных единицах, поэтому задающий ток и проводимость источника тока (7.57) необходимо пересчитать в именованные единицы умножением

на номинальный ток и делением на номинальное полное сопротивление двигателя.

§ 7.6. Статическая модель асинхронного двигателя

Статическая модель не воспроизводит электромагнитные переходные процессы в контурах статора и ротора. В задачах расчета динамики энергосистем эту модель использовать не рекомендуется, см. § 7.2. Статическая модель асинхронного двигателя нужна для расчета установившегося режима двигателя с постоянным скольжением и используется в алгоритме расчета параметров модели на основе каталожных данных.

Статическую модель можно построить на основе уравнений двигателя в осях d_v , q_v (7.54), (7.55), (7.41)÷(7.50), полагая, что в установившемся режиме с постоянным скольжением в уравнениях (7.41) и (7.42)

$$\frac{d\Psi_{rd}}{dt} = \frac{d\Psi_{rq}}{dt} = 0. \text{ Подставляя выражения (7.44)÷(7.47) для потокосцеплений контуров статора и ротора в уравнения (7.54), (7.55), (7.41) и (7.42), получим следующую систему алгебраических уравнений}$$

$$(1 + s_v)((\alpha_s x + x_k)I_q - \vartheta E_{rd}) + (r + r_k)I_d = -U_d, \quad (7.58)$$

$$(1 + s_v)((\alpha_s x + x_k)I_d + \vartheta E_{rq}) - (r + r_k)I_q = U_q, \quad (7.59)$$

$$\rho_r E_{rq} - (s - s_v)(\vartheta \mu x I_q - \alpha_{sr} E_{rd}) = 0, \quad (7.60)$$

$$\rho_r E_{rd} - (s - s_v)(\vartheta \mu x I_d + \alpha_{sr} E_{rq}) = 0 \quad (7.61)$$

для определения токов и ЭДС двигателей. Решить эту систему можно численно или аналитически, совместив оси d_v , q_v с осями комплексной плоскости, при заданных постоянных значениях напряжения, s и s_v , что дает значения или выражения токов I_d , I_q и ЭДС E_{rd} , E_{rq} и позволяет определить модуль тока и электромагнитный момент двигателя.

Решая совместно (7.60) и (7.61) относительно E_{rd} и E_{rq} , получим

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= Z_r \dot{I} = (R_r + jX_r)(I_q + jI_d), \\ E_{rq} &= R_r I_q - X_r I_d, \end{aligned} \quad (7.62)$$

$$E_{rd} = R_r I_d + X_r I_q, \quad (7.63)$$

где $R_r = \frac{\rho_r (s - s_v) \vartheta \mu x}{\rho_r^2 + (s - s_v)^2 \alpha_{sr}^2}$, $X_r = \frac{(s - s_v)^2 \alpha_{sr} \vartheta \mu x}{\rho_r^2 + (s - s_v)^2 \alpha_{sr}^2}$.

Подставляя (7.62), (7.63) в статорные уравнения (7.58) и (7.59), можно представить двигатель шунтом с переменными параметрами

$$0 = \dot{U} + Z\dot{I} \quad \text{или} \quad 0 = \dot{I} + Y\dot{U}, \quad (7.64)$$

где $\dot{U} = U_q + jU_d$, $\dot{I} = I_q + jI_d$,

$$Z = R + jX, \quad Y = G + jB = \frac{R}{R^2 + X^2} + j\left(-\frac{X}{R^2 + X^2}\right),$$

$$R = (r + r_k) - (1 + s_v)\vartheta R_r, \quad X = (1 + s_v)(\alpha_s x + x_k - \vartheta X_r),$$

$$I_q = -BU_d - GU_q, \quad (7.65)$$

$$I_d = -GU_d + BU_q, \quad (7.66)$$

$$I = U\sqrt{G^2 + B^2}. \quad (7.67)$$

Подстановка ЭДС (7.62) и (7.63) в выражение (7.51) с учетом (7.67) дает формулу для определения электромагнитного момента двигателя

$$M_e = \vartheta U^2 R_r (G^2 + B^2) \eta_{нс}. \quad (7.68)$$

Разворачивать выражения для тока (7.67) и электромагнитного момента (7.68) нецелесообразно, поскольку конечные формулы получаются весьма громоздкими и неудобными для вычислений.

§ 7.7. Расчет параметров модели асинхронного двигателя по каталожным данным

При расчете параметров модели нужно положить $r_k = x_k = 0$ и считать, что к двигателю приложено номинальное напряжение $U = 1,0$ номинальной частоты, $s_v = 0$.

Формулы для расчета постоянных параметров модели двигателя удастся получить только при допущении $r = 0$, когда конечное выражение для момента двигателя резко упрощается,

$$M_e = \frac{U^2 \rho_r \vartheta^2 \mu (s - s_v)}{(1 + s_v)^2 x [\alpha_s^2 \rho_r^2 + (\alpha_s \alpha_{sr} - \vartheta^2 \mu)^2 (s - s_v)^2]} \eta_{нс}. \quad (7.69)$$

В этой формуле ρ_r , σ , μ – безразмерные параметры, момент M_e отнесен к моменту $M_\sigma = \frac{S_H P}{\omega_s}$, индуктивное синхронное сопротивление двигателя x отнесено к номинальному сопротивлению двигателя

$z_{\text{н}} = \frac{U_{\text{н}}^2}{S_{\text{н}}}$. Каталожные же значения кратностей пускового $M_{\text{н}}$ и максимального M_{max} моментов двигателя отнесены к номинальному моменту на валу $M_{\text{н}} = \frac{P_{\text{н}} p}{\omega_s (1 + s_{\text{н}})}$.

Момент двигателя (7.69) можно пересчитать по отношению к номинальному моменту на валу

$$M_e = \frac{U^2 \rho_r \vartheta^2 \mu (s - s_v)}{(1 + s_v)^2 x [\alpha_s^2 \rho_r^2 + (\alpha_s \alpha_{s_r} - \vartheta^2 \mu)^2 (s - s_v)^2]} \frac{\eta_{\text{н}}}{1 + s_{\text{н}}} \frac{S_{\text{н}} p}{\omega_s} \frac{\omega_s (1 + s_{\text{н}})}{P_{\text{н}} p} =$$

$$= \frac{U^2 \rho_r \vartheta^2 \mu (s - s_v)}{(1 + s_v)^2 x [\alpha_s^2 \rho_r^2 + (\alpha_s \alpha_{s_r} - \vartheta^2 \mu)^2 (s - s_v)^2]} \cos \varphi_{\text{н}}. \quad (7.70)$$

Постоянные параметры модели определяются для идеализированной машины, у которой $\vartheta = \beta = \gamma = \alpha_s = \alpha_{s_r} = 1,0$, $\rho_r = \text{const}$. Для такой машины как частный случай (7.70) получается известная формула [28] для определения электромагнитного момента двигателя

$$M_e = \frac{U^2 \rho_r \mu s}{x (\rho_r^2 + \sigma^2 s^2) \cos \varphi_{\text{н}}}, \quad (7.71)$$

которую можно использовать только в диапазоне рабочих скольжений двигателя. Формулу (7.71) дает также модель с переменными параметрами, если положить $\beta \approx \gamma \approx \vartheta$, тогда и $\alpha_s = \alpha_{s_r} = \vartheta$.

Критическое скольжение и постоянные параметры модели двигателя σ , μ и декремент роторных контуров ρ_{r0} в диапазоне рабочих скольжений двигателя $s_{\text{кр}} \leq s \leq 0$ определяются по каталожным значениям номинального скольжения $s_{\text{н}}$, кратности максимального момента M_{max} и номинального коэффициента мощности $\cos \varphi_{\text{н}}$. Критическое скольжение выражается из формулы Клосса [1]

$$s_{\text{кр}} = s_{\text{н}} \left(M_{\text{max}} + \sqrt{M_{\text{max}}^2 - 1} \right), \quad M_{\text{max}} > 1,0. \quad (7.72)$$

Приравнивая частную производную момента (7.71) по скольжению

$$\left. \frac{\partial M_e}{\partial s} \right|_{s=s_{\text{кр}}} = 0, \text{ можно найти декремент обмотки ротора в рабочих ре-}$$

жимах

$$\rho_{r0} = -\sigma s_{\text{кр}}, \quad (7.73)$$

Коэффициент рассеяния определяется из соотношения

$$\operatorname{tg}\varphi_H = \frac{Q_H}{P_H} = \frac{U^2 B}{U^2 G} = \frac{X}{R},$$

откуда, с учетом (7.73) можно выразить

$$\sigma = \frac{(s_{кр} \operatorname{tg}\varphi_H - s_H) s_H}{(s_H \operatorname{tg}\varphi_H + s_{кр}) s_{кр}} \quad (7.74)$$

и определить $\mu = 1 - \sigma$, $\mu_s \approx \mu_{s_r} = \sqrt{\mu}$.

Индуктивное сопротивление двигателя можно выразить из уравнения (7.71), полагая, что в номинальном режиме при номинальном скольжении момент двигателя $M_e = -1,0$,

$$x = -\frac{\rho_{r0} \mu s_H}{(\rho_{r0}^2 + \sigma^2 s_H^2) \cos \varphi_H}. \quad (7.75)$$

Если моделирование двигателя необходимо выполнить с учетом активного сопротивления статора, § 7.2, то эти формулы дают хорошее начальное приближение для последующего итеративного уточнения постоянных параметров. Значения $s_{кр}$, ρ_{r0} , σ , μ и x корректируются таким образом, чтобы получить номинальные значения тока и момента при $s = s_H$ и значение M_{\max} при $s = s_{кр}$. В процессе итераций ток и момент определяются по формулам (7.67), (7.68). Вектор напряжения совмещается с осью q_v , при этом $U_q = 1,0$, $U_d = 0$.

Для каждого типа двигателя с учетом его конструктивных особенностей может быть подобрана своя совокупность функций

$$\alpha_s = \alpha_s(I), \quad \alpha_{s_r} = \alpha_{s_r}(E_r, s - s_u), \quad \rho_r = \rho_r(s - s_u)$$

для наилучшего воспроизведения пусковых характеристик. Определение переменных параметров двигателей с различной конструкцией обмотки ротора рассматривается в учебниках, монографиях и публикациях в периодической печати. Чтобы воспользоваться их рекомендациями, необходимо знать конструктивные и расчетные параметры двигателей, такие как форма и размеры паза статора и ротора, соотношение индуктивных сопротивлений рассеяния лобовой и пазовой частей обмоток и др., которые в каталогах не приводятся.

Для построения универсального алгоритма расчета переходных процессов необходима обобщенная совокупность функций α_s, α_{s_r} и ρ_r , обеспечивающая удовлетворительные результаты для всех типов асинхронных электродвигателей, а параметры функций должны определяться на основе каталожных данных. Опробование имеющихся на

этот счет рекомендаций показало, что они не являются универсальными. Например, часто используемое изменение переменных параметров по линейному закону в диапазоне $-1 \leq s < s_{кр}$ для некоторых типов двигателей дает удовлетворительные результаты, для других – неприемлемые искажения.

Исследование свойств модели двигателя показало, что для настройки модели на данный тип двигателя и надежного воспроизведения пусковых характеристик помимо кратностей пускового и максимального моментов, кратности пускового тока необходимо задать еще одну реперную точку на моментной характеристике двигателя – значение кратности момента $M_{пр}$ для какого-либо промежуточного скольжения из диапазона $-1 < s_{пр} < s_{кр}$. Значения $M_{пр}$, $s_{пр}$ или вся моментная характеристика для отдельных типов двигателей приводятся в каталогах. В справочниках по сериям двигателей приводится значение кратности минимального момента на валу M_{min} , если в процессе разгона момент двигателя оказывается меньше момента в начале пуска. Значение s_{min} , при котором достигается M_{min} , можно оценить в процессе подбора параметров функций α_s , α_{sr} и ρ_r . Если кратность промежуточного момента неизвестна, ее можно оценить по кратности пускового тока и соотношению кратностей пускового и максимального моментов.

Удовлетворительные результаты в воспроизведении пусковых характеристик различных типов двигателей дают обобщенные функции α_s , α_{sr} и ρ_r вида

$$\alpha_s = b_0 + \frac{b_1}{I}, \quad (7.76)$$

$$\alpha_{sr} = \alpha_{sr0} \left(1 + \left(\frac{\alpha_{sr1}}{\alpha_{sr0}} - 1 \right) F(s) \right), \quad (7.77)$$

$$\rho_r = \rho_{r0} \left(1 + \left(\frac{\rho_{r1}}{\rho_{r0}} - 1 \right) F(s) \right), \quad (7.78)$$

$$F(s) = a_0 + (s - s_v)(a_1 + a_2(s - s_v)). \quad (7.79)$$

Функцию α_{sr} оказалось возможным упростить, исключив зависимость от E_r , поскольку при глубоком насыщении стали по пути магнитного потока рассеяния контуров ротора изменение глубины проникновения тока в пазовую часть обмотки ротора является основным фактором, влияющим на ее реактивность рассеяния.

В рабочих режимах можно положить $\beta \approx \gamma \approx \vartheta$, следовательно, при $s \geq s_{кр}$ параметры насыщения ротора и статора $\alpha_{s0} = \alpha_{sr0} = \vartheta$.

Значения $\rho_{r1}, \alpha_{s1}, \alpha_{sr1}$ для $s = -1,0$ определяются по каталожным значениям кратностей пускового момента $M_{п}$ и тока $I_{п}$.

На формирование пусковых характеристик двигателя влияют главным образом параметры ротора α_{sr} и ρ_r , параметр насыщения статора α_s оказывает гораздо меньшее влияние на пусковые характеристики вследствие того, что резкое изменение тока статора происходит только при прохождении двигателем критического скольжения. Это позволяет первоначально положить $\alpha_s = \alpha_{s0} \approx const$. Если при определении переменных параметров окажется, что требуемая кратность пускового тока $I_{п}$ достигается при значении параметра насыщения ротора

$$\alpha_{sr1} \geq \alpha_{sr\min} = \gamma_{\min} \sigma_{sr} + \vartheta \mu_{sr}, \quad \gamma_{\min} \approx 0,4,$$

где $\alpha_{sr\min}$ – наименьшее возможное значение параметра насыщения, то допущение $\alpha_s = \alpha_{s0} = const$ принимается. В противном случае учитывается изменение сопротивления рассеяния обмотки статора и определяется α_{s1} . Как правило, это необходимо для двигателей специального исполнения с кратностью максимального момента более трех и кратностью пускового тока более десяти.

Коэффициенты a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 определяются по значениям функций α_s, α_{sr} и ρ_r в реперных точках $s = -1,0, s = s_{пр}$ и $s = s_{кр}$.

Выше изложены основы расчета параметров модели с переменными параметрами по каталожным данным. Полный алгоритм расчета параметров модели асинхронного двигателя на языке Matlab вынесен в приложение 2.

На рис. 7.5 показаны зависимости момента (M) и тока (I) от скольжения, которые формирует модель асинхронного двигателя с переменными параметрами для двигателей общего и специального назначения, каталожные параметры которых приведены в табл. 7.1.

Кривые на рис. 7.5 идентифицируются номером двигателя в табл. 7.1. Моментная и токовая характеристики двигателей проходят точно через реперные значения момента и тока.

Таблица 7.1

№	Тип	$S_n, \%$	$\eta, \%$	$\cos \varphi_n$	M_{\max}	$M_{п}$	$M_{пр}$	$I_{п}$
---	-----	-----------	------------	------------------	------------	---------	----------	---------

1	4АН315М4	1,8	94,5	0,91	2,2	1,2	0,9	6,5
2	4АР250М4	1,7	93	0,88	2,2	2	1,6	7,5
3	ВАН-118/51-8	1,5	94	0,86	2,1	0,7	-	5
4	ВАЗ-215/109-6	0,5	95,9	0,917	2,85	1,43	-	7,43

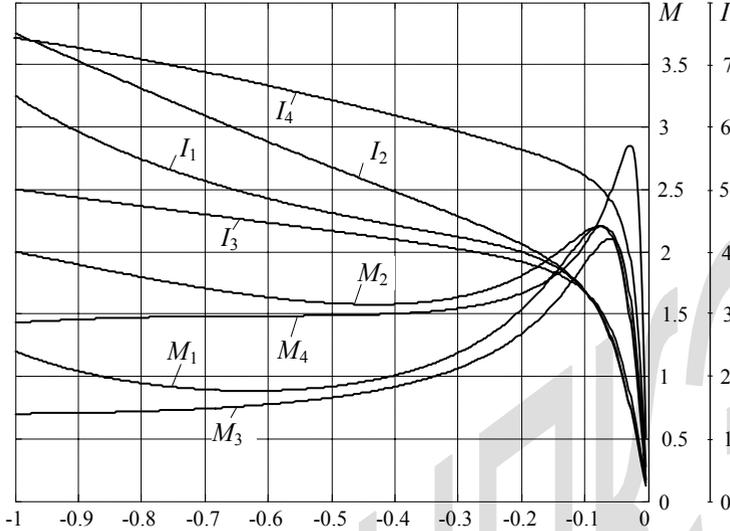


Рис. 7.5. Статические пусковые характеристики различных типов асинхронных двигателей

Модель двигателя с многоконтурной схемой замещения ротора не обеспечивает такой точности, поскольку при синтезе параметров контуров минимизируется сумма квадратов отклонений моментной характеристики от реперных значений.

§ 7.8. Расчет начальных условий асинхронного двигателя

Прежде всего, нужно определить рабочее скольжение двигателя в установившемся режиме. Если асинхронный двигатель является эквивалентным двигателем комплексной нагрузки узла, то после расчета исходного установившегося режима известны напряжение в узле, активная мощность двигателя в относительных единицах при номинальных условиях

$$P_{*(н)} = \frac{k_{ад} P_{нг0}}{S_H} \quad (7.80)$$

и момент двигателя на валу

$$M_e = \frac{P_{*(H)}}{1 + s_v} \eta_{нс} . \quad (7.81)$$

При допущении $r = 0$ из формулы (7.81) после подстановки момента (7.69) можно выразить рабочее скольжение

$$s_0 = s_v + \frac{U^2 \rho_{r0} \mu}{2P_{*(H)}(1 + s_v) \chi \sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{U^2 \rho_{r0} \mu}{2P_{*(H)}(1 + s_v) \chi \sigma^2} \right)^2 - \frac{\rho_{r0}^2}{\sigma^2}} . \quad (7.82)$$

При моделировании двигателя с учетом активного сопротивления обмотки статора значение s_0 итеративно уточняется.

Зная скольжение, можно определить момент механизма, § 7.13, и свести баланс моментов на валу агрегата двигатель-механизм, скорректировав коэффициент загрузки двигателя. Активную и реактивную мощности двигателя в относительных единицах при номинальных условиях можно вычислить по формулам

$$P_{*(H)} = U^2 G , \quad Q_{*(H)} = U^2 B ,$$

определив при известном рабочем скольжении s_0 параметры шунта, замещающего двигатель, по формулам (7.64).

Если разбивка комплексной нагрузки узла на составляющие производится до расчета установившегося режима, § 7.1, коэффициент загрузки двигателя определяется при номинальном напряжении. Рабочее скольжение двигателей переопределяется на каждой итерации расчета установившегося режима по условию баланса моментов на валу агрегата двигатель-механизм

$$M_{мх} - M_e = 0 .$$

Начальное значение скольжения вычисляется по формуле (7.82) и затем итеративно уточняется:

1. Определяются параметры шунта, замещающего двигатель, по формулам (7.64).
2. Вычисляются значения токов (7.65), (7.66), ЭДС (7.62), (7.63) и момента двигателя (7.68).
3. Определяется момент на валу, создаваемый механизмом, § 7.13.
4. Уточняется рабочее скольжение

$$s_0^{(i+1)} = s_0^{(i)} \cdot (1 + (M_{мх} - M_e)) .$$

Итерации прекращаются по достижении заданной точности расчета

$|s_0^{(i+1)} - s_0^{(i)}| < \varepsilon$. Мощность двигателя определяется по формуле (7.80).

После расчета рабочего скольжения, d , q составляющих токов и ЭДС начальные значения потокосцеплений роторных контуров вычисляются по формулам (7.46), (7.47) или по формулам

$$\Psi_{rd} = \frac{\rho_{r0} E_{rd}}{s_0 - s_v}, \quad \Psi_{rq} = \frac{\rho_{r0} E_{rq}}{s_0 - s_v}.$$

Если двигатель моделируется в собственных осях, необходимо назначить положение собственных осей. Целесообразно совместить собственные оси двигателя с общими осями. При этом начальное значение угла между собственными и общими осями в уравнении (7.31) равно нулю, а начальные значения потокосцеплений Ψ_{rd} и Ψ_{rd} в собственных осях равны значениям потокосцеплений в общих осях.

§ 7.9. Динамическая модель синхронного электродвигателя

В практике моделирования синхронных двигателей по уравнениям Парка-Горева для воспроизведения пусковых характеристик применяют две модели – с многоконтурной схемой замещения ротора с постоянными параметрами контуров и модель с переменными параметрами. Уравнения записывают в собственных осях с преобразованием переменных в общую систему координат при расчете электрического режима схемы и обратно в собственную систему координат при расчете режима двигателя.

При использовании генераторной формы записи статорных уравнений и многоконтурной схемы замещения ротора синхронный двигатель описывается такой же системой уравнений, как и синхронный генератор, изменяется только уравнение движения, § 4.2. Параметры схемы замещения ротора подбирают так, чтобы обеспечить воспроизведение пусковых характеристик двигателей в диапазоне скольжений от пускового до входного. Если характеристика холостого хода двигателя неизвестна, параметры насыщения стали по пути магнитного потока взаимной индукции по осям d и q можно принять постоянными, равными их среднему значению в установившемся режиме. Обычно многоконтурная схема замещения ротора применяется при индивидуальном моделировании мощных уникальных двигателей, для которых синтезированы параметры роторных контуров. При отсутствии параметров многоконтурной схемы замещения ротора можно использовать модель с переменными параметрами. В частности, ее целесообразно применить для эквивалентных синхронных двигателей комплексной нагрузки узлов.

Модель синхронного двигателя с переменными параметрами можно построить по аналогии с моделью асинхронного двигателя. Но для синхронного двигателя нецелесообразно вводить в уравнения специальные переменные параметры, учитывающие зависимость реактивностей рассеяния контуров статора и эквивалентных роторных контуров идеализированной машины от ее режима. Вследствие несимметрии машины по осям d и q не удается существенно упростить запись уравнений. Поэтому лучше изменять непосредственно сами параметры, зависящие от режима машины.

Систему уравнений синхронного двигателя с двумя эквивалентными роторными контурами с переменными параметрами, замещающими пусковую обмотку явнополюсного или бочку ротора неявнополюсного двигателя, можно записать в виде

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_d}{dt} + (1+s)\Psi_q + r_{id} = -u_d, \quad (7.83)$$

$$(1+s)\Psi_d - \frac{1}{\omega_s} \frac{d\Psi_q}{dt} - r_{iq} = u_q, \quad (7.84)$$

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = \omega_s \rho_r (E_r - E_q), \quad (7.85)$$

$$\frac{d\Psi_{rd}}{dt} = -\omega_s \rho_{rd} E_{rq}, \quad (7.86)$$

$$\frac{d\Psi_{rq}}{dt} = \omega_s \rho_{rq} E_{rd}, \quad (7.87)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_J} (M_{\text{мх}} - M_e), \quad (7.88)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_s (s - s_v), \quad (7.89)$$

$$\Psi_d = x_s I_d + E_{\delta q}, \quad (7.90)$$

$$\Psi_q = x_s I_q - E_{\delta d}, \quad (7.91)$$

$$\Psi_r = \frac{x_{sr}}{x_r} E_q + \frac{x_{ad}}{x_r} E_{\delta q}, \quad (7.92)$$

$$\Psi_{rd} = \frac{x_{srd}}{x_{rd}} E_{rq} + \frac{x_{ad}}{x_{rd}} E_{\delta q}, \quad (7.93)$$

$$\Psi_{rq} = -\frac{x_{srq}}{x_{rq}} E_{rd} - \frac{x_{aq}}{x_{rq}} E_{\delta d}, \quad (7.94)$$

$$E_{\delta q} = \vartheta_d (x_{ad} I_d + E_q + E_{rq}), \quad (7.95)$$

$$E_{\delta d} = -\vartheta_q (x_{aq} I_q - E_{rd}), \quad (7.96)$$

$$M_e = (\Psi_d I_q - \Psi_q I_d) \eta = (E_{\delta q} I_q + E_{\delta d} I_d) \eta. \quad (7.97)$$

Для неявноплюсных двигателей

$$\vartheta_d = \vartheta_q = \vartheta = f(E_{\delta}), \quad (7.98)$$

для явноплюсных двигателей

$$\vartheta_d = f(E_{\delta q}), \quad \vartheta_q = 1,0. \quad (7.99)$$

$$E_{\delta} = \sqrt{E_{\delta d}^2 + E_{\delta q}^2}. \quad (7.100)$$

Асинхронные пусковые характеристики синхронного двигателя (зависимости тока и электромагнитного момента от скольжения) формируются за счет изменения параметров роторных контуров вследствие вытеснения тока в пазовой части контуров ротора (по аналогии с асинхронными двигателями):

$$r_{rd} = r_{rd}(s - s_u), \quad x_{srd} = x_{srd}(s - s_u), \quad x_{rd} = x_{ad} + x_{srd}, \quad (7.101)$$

$$r_{rq} = r_{rq}(s - s_u), \quad x_{srq} = x_{srq}(s - s_u), \quad x_{rq} = x_{aq} + x_{srq}, \quad (7.102)$$

$$\rho_{rd} = \frac{r_{rd}}{x_{rd}}, \quad (7.103)$$

$$\rho_{rq} = \frac{r_{rq}}{x_{rq}}. \quad (7.104)$$

Вид функций $r_{rd}, x_{srd}, r_{rq}, x_{srq}$ принимается таким же, как для переменных параметров в модели асинхронных двигателей, §7.7. Влияние изменения параметров обмотки возбуждения на формирование асинхронных характеристик незначительно. При пуске обмотка возбуждения замыкается на внешнее активное сопротивление, поэтому целесообразно принять параметры обмотки возбуждения постоянными не только для явноплюсных, но и для неявноплюсных двигателей.

Характеристика холостого хода синхронных двигателей обычно неизвестна. Учитывая, что реактивность взаимной индукции практически не влияет на асинхронные пусковые характеристики, можно упростить модель, полагая $\vartheta_d = \vartheta_q = 1,0 = const$.

Для синхронного двигателя применим такой же подход к учету и рассеиванию потерь, как и для асинхронных двигателей, подробно рассмотренный в §7.4. Учет потерь в синхронном двигателе проще, поскольку в рабочих режимах ротор вращается синхронно. Потери в двигателе, не рассеиваемые моделью, рассеиваются принудительно

умножением в формуле (7.97) момента двигателя на КПД η , его расчет рассмотрен в § 7.11.

Упрощенные статорные уравнения синхронного двигателя записываются и применяются по аналогии с асинхронным двигателем, § 7.5. Следует заметить, что при часто используемом допущении $r = 0$ модель теряет способность воспроизводить одноосный эффект, который сильно выражен у синхронных двигателей без пусковой обмотки или с неполной пусковой обмоткой только в одной из осей [28]. Поэтому допущение $r = 0$ нельзя использовать для двигателей с неполной пусковой обмоткой.

Замещение двигателя источником ЭДС и тока для расчета электрического режима схемы производится так же, как синхронного генератора, § 5.4. Расчет начальных условий для синхронных двигателей не имеет особенностей, присущих асинхронным двигателям, поскольку в исходном режиме скольжение ротора относительно вектора питающего напряжения равно нулю. При использовании для синхронных двигателей генераторной формы уравнений статорных контуров расчет начальных условий проводится по алгоритму, разработанному для синхронного генератора, § 5.6.

§ 7.10. Статическая модель синхронного двигателя

Статическая модель синхронного двигателя не учитывает свободные составляющие токов в контурах статора и ротора, поэтому непригодна для задач динамики энергосистем и узлов нагрузки. Эта модель необходима для расчета электромагнитного момента и тока двигателя в установившемся асинхронном режиме при определении параметров модели по каталожным данным.

В [28] проведен анализ асинхронного хода синхронной машины без демпферной обмотки. Машина с демпферными обмотками не рассмотрена из-за чрезвычайной громоздкости развернутых выражений для тока и момента такой машины, которые необходимы для анализа асинхронного режима. Методику [28] можно применить для построения статической модели синхронного двигателя с пусковой обмоткой.

Подставив выражения для потокосцеплений в уравнения контуров статора и ротора, получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\omega_s} \frac{d}{dt} (x_s i_d + \vartheta_d (x_{ad} i_d + E_q + E_{rq})) + \\ & + (1+s)(x_s i_q + \vartheta_q (x_{aq} i_q - E_{rd})) + r i_d = -u_d, \end{aligned} \quad (7.105)$$

$$(1+s)(x_s i_d + \mathfrak{G}_d(x_{ad} i_d + E_q + E_{rq})) - \frac{1}{\omega_s} \frac{d}{dt} (x_s i_q + \mathfrak{G}_q(x_{aq} i_q - E_{rd})) - r i_q = u_q, \quad (7.106)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathfrak{G}_d x_{ad}^2}{x_r} i_d + \frac{x_{sr} + \mathfrak{G}_d x_{ad}}{x_r} E_q + \frac{\mathfrak{G}_d x_{ad}}{x_r} E_{rq} \right) + \rho_r E_q = \rho_r E_r, \quad (7.107)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathfrak{G}_d x_{ad}^2}{x_{rd}} i_d + \frac{\mathfrak{G}_d x_{ad}}{x_{rd}} E_q + \frac{x_{srd} + \mathfrak{G}_d x_{ad}}{x_{rd}} E_{rq} \right) + \rho_{rd} E_{rq} = 0, \quad (7.108)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathfrak{G}_q x_{aq}^2}{x_{rq}} i_q - \frac{x_{srq} + \mathfrak{G}_q x_{aq}}{x_{rq}} E_{rd} \right) - \rho_{rq} E_{rd} = 0. \quad (7.109)$$

Используется генераторная форма записи статорных уравнений, § 4.2, поэтому в установившемся асинхронном режиме скольжение ротора и угол $\delta = \dot{E}_q \wedge \dot{U}$ имеют отрицательные значения, тогда

$$-u_d = U \sin \delta, \quad u_q = U \cos \delta,$$

где $\delta = \delta_0 + \omega_s \int_0^t (s - s_v) dt$, s_v – скольжение d_v , q_v осей, совмещенных с вектором напряжения.

При постоянных значениях скольжения s , s_v и напряжения возбуждения E_r система уравнений (7.105)–(7.109) является системой линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Общий интеграл этой системы уравнений состоит из двух частей: общего решения однородной системы уравнений, которое определяет переходный процесс к новому установившемуся режиму, и частного решения неоднородной системы уравнений, которое дает значения переменных в новом установившемся режиме со скольжением s . Для определения значений тока и момента двигателя в установившемся асинхронном режиме достаточно найти частное решение.

Поскольку правые части уравнений содержат как постоянные величины, так и периодические функции угла δ , будем искать частное решение в виде

$$\begin{aligned} i_d &= I_{d0} + I_{d1} \cos \delta + I_{d2} \sin \delta, & i_q &= I_{q0} + I_{q1} \cos \delta + I_{q2} \sin \delta, \\ E_q &= E_{q0} + E_{q1} \cos \delta + E_{q2} \sin \delta, & E_{rq} &= E_{rq0} + E_{rq1} \cos \delta + E_{rq2} \sin \delta, \\ E_{rd} &= E_{rd0} + E_{rd1} \cos \delta + E_{rd2} \sin \delta, \end{aligned}$$

где величины с индексами 0, 1 и 2 являются постоянными коэффициентами, которые необходимо найти. Подстановка этих выражений в систему дифференциальных уравнений, перенос правых частей первых трех уравнений в левые части и группировка дают в преобразованных уравнениях суммы постоянных членов с индексом 0, суммы членов, содержащих коэффициенты с индексом 1, при $\cos\delta$ и суммы членов, содержащих коэффициенты с индексом 2, при $\sin\delta$. Каждая из этих сумм должна быть равна нулю, поскольку правые части уравнений равны нулю, поэтому исходная система уравнений распадается на систему уравнений пятого порядка для определения коэффициентов с индексом 0 и систему уравнений десятого порядка для определения коэффициентов с индексами 1 и 2.

Система уравнений для определения коэффициентов с индексом 0 имеет вид

$$\begin{aligned}(1+s)(x_s I_{q0} + \vartheta_q(x_{aq} I_{q0} - E_{rd0})) + r I_{d0} &= 0, \\ (1+s)(x_s I_{d0} + \vartheta_d(x_{ad} I_{d0} + E_{q0} + E_{rq0})) - r I_{q0} &= 0, \\ E_{q0} &= E_r, \\ E_{rq0} &= 0, \\ E_{rd0} &= 0.\end{aligned}$$

Откуда

$$I_{d0} = y_{d0} E_r = \frac{-(1+s)^2 (x_s + \vartheta_q x_{aq}) \vartheta_d}{r^2 + (1+s)^2 (x_s + \vartheta_d x_{ad})(x_s + \vartheta_q x_{aq})} E_r, \quad (7.110)$$

$$I_{q0} = y_{q0} E_r = \frac{r(1+s) \vartheta_d}{r^2 + (1+s)^2 (x_s + \vartheta_d x_{ad})(x_s + \vartheta_q x_{aq})} E_r. \quad (7.111)$$

Чтобы уменьшить порядок системы уравнений для определения коэффициентов с индексами 1 и 2, воспользуемся специальным приемом [28, 43]. Представим

$$\begin{aligned}I_{d1} \cos \delta + I_{d2} \sin \delta &= \operatorname{Re}((I_{d1} - jI_{d2}) e^{j\delta}) = \operatorname{Re}(\dot{I}_d e^{j\delta}), \\ I_{q1} \cos \delta + I_{q2} \sin \delta &= \operatorname{Re}((I_{q1} - jI_{q2}) e^{j\delta}) = \operatorname{Re}(\dot{I}_q e^{j\delta}), \\ E_{q1} \cos \delta + E_{q2} \sin \delta &= \operatorname{Re}((E_{q1} - jE_{q2}) e^{j\delta}) = \operatorname{Re}(\dot{E}_q e^{j\delta}), \\ E_{rq1} \cos \delta + E_{rq2} \sin \delta &= \operatorname{Re}((E_{rq1} - jE_{rq2}) e^{j\delta}) = \operatorname{Re}(\dot{E}_{rq} e^{j\delta}), \\ E_{rd1} \cos \delta + E_{rd2} \sin \delta &= \operatorname{Re}((E_{rd1} - jE_{rd2}) e^{j\delta}) = \operatorname{Re}(\dot{E}_{rd} e^{j\delta}), \\ U \cos \delta &= \operatorname{Re}(U e^{j\delta}), \quad U \sin \delta = \operatorname{Re}(-jU e^{j\delta}),\end{aligned}$$

где \dot{I}_d , \dot{I}_q , \dot{E}_q , \dot{E}_{rq} , \dot{E}_{rd} – комплексные амплитуды переменных.

Подстановка комплексов $\dot{I}_d e^{j\delta}$, $\dot{I}_q e^{j\delta}$, $\dot{E}_q e^{j\delta}$, $\dot{E}_{rq} e^{j\delta}$, $\dot{E}_{rd} e^{j\delta}$, $U e^{j\delta}$,
– $jU e^{j\delta}$ в систему уравнений (7.105)–(7.109) после дифференцирования и сокращения на общий множитель $e^{j\delta}$ дает систему уравнений пятого порядка для нахождения комплексных амплитуд переменных

$$j(s - s_v) \left((x_s + \mathfrak{G}_d x_{ad}) \dot{I}_d + \mathfrak{G}_d (\dot{E}_q + \dot{E}_{rq}) \right) + \\ + (1 + s) \left((x_s + \mathfrak{G}_q x_{aq}) \dot{I}_q - \mathfrak{G}_q \dot{E}_{rd} \right) + r \dot{I}_d = -jU, \quad (7.112)$$

$$(1 + s) \left((x_s + \mathfrak{G}_d x_{ad}) \dot{I}_d + \mathfrak{G}_d (\dot{E}_q + \dot{E}_{rq}) \right) - \\ - j(s - s_v) \left((x_s + \mathfrak{G}_q x_{aq}) \dot{I}_q - \mathfrak{G}_q \dot{E}_{rd} \right) - r \dot{I}_d = U, \quad (7.113)$$

$$j(s - s_v) \left(\frac{\mathfrak{G}_d x_{ad}^2}{x_r} \dot{I}_d + \frac{x_{sr} + \mathfrak{G}_d x_{ad}}{x_{rd}} \dot{E}_q + \frac{\mathfrak{G}_d x_{ad}}{x_r} \dot{E}_{rq} \right) + \rho_r \dot{E}_q = 0, \quad (7.114)$$

$$j(s - s_v) \left(\frac{\mathfrak{G}_d x_{ad}}{x_{rd}} \dot{I}_d + \frac{\mathfrak{G}_d x_{ad}}{x_{rd}} \dot{E}_q + \frac{x_{srd} + \mathfrak{G}_d x_{ad}}{x_{rd}} \dot{E}_{rq} \right) + \rho_{rd} \dot{E}_{rq} = 0, \quad (7.115)$$

$$j(s - s_v) \left(\frac{\mathfrak{G}_q x_{aq}}{x_{rq}} \dot{I}_q - \frac{x_{srq} + \mathfrak{G}_q x_{aq}}{x_{rq}} \dot{E}_{rd} \right) - \rho_{rq} \dot{E}_{rd} = 0. \quad (7.116)$$

Решение этой системы уравнений при заданных значениях скольжения ротора s и частоты $(1 + s_v)$ дает постоянные коэффициенты с индексом 1 как реальные части комплексных амплитуд переменных и коэффициенты с индексом 2 как взятые с противоположным знаком мнимые части комплексных амплитуд.

Система уравнений (7.112)–(7.116) может быть решена либо численным методом, либо аналитически способом подстановки. Аналитическое решение дает следующие формулы для вычисления комплексных амплитуд

$$\dot{I}_d = \dot{Y}_d U, \quad (7.117)$$

$$\dot{I}_q = \dot{Y}_q U, \quad (7.118)$$

$$\dot{E}_q = \dot{Z}_r \dot{I}_d, \quad (7.119)$$

$$\dot{E}_{rq} = \dot{Z}_{rd} \dot{I}_d, \quad (7.120)$$

$$\dot{E}_{rd} = \dot{Z}_{rq} \dot{I}_q, \quad (7.121)$$

$$\begin{aligned} \text{где } \dot{Y}_d &= \frac{\dot{L} - j\dot{N}}{\dot{D}}, \quad \dot{Y}_q = \frac{-\dot{K} + j\dot{M}}{\dot{D}}, \\ \dot{D} &= \dot{K}\dot{N} - \dot{M}\dot{L}, \quad \dot{K} = (r + r_{\text{II}}) + j(s - s_v)\dot{A}_d, \quad \dot{L} = (1 + s)\dot{A}_q, \\ \dot{M} &= -(1 + s)\dot{A}_q, \quad \dot{N} = (r + r_{\text{II}}) + j(s - s_v)\dot{A}_q, \\ \dot{A}_d &= x_s + \vartheta_d(x_{ad} + \dot{Z}_r + \dot{Z}_{rd}), \quad \dot{A}_q = x_s + \vartheta_q(x_{aq} - \dot{Z}_{rq}), \\ \dot{Z}_r &= \frac{1}{\dot{Y}_{rrd}} \left((s - s_v)^2 (a_r b_{rd} - c_r a_{rd}) + j(-s - s_v) \rho_{rd} a_r \right), \\ \dot{Z}_{rd} &= \frac{1}{\dot{Y}_{rrd}} \left((s - s_v)^2 (a_{rd} b_r - c_{rd} a_r) + j(-s - s_v) \rho_r a_{rd} \right), \\ \dot{Z}_{rq} &= \frac{j(s - s_v) a_{rq}}{\rho_{rq} + j(s - s_v) b_{rq}}, \\ \dot{Y}_{rrd} &= \rho_r \rho_{rd} + (s - s_v)^2 (c_r c_{rd} - b_r b_{rd}) + j(s - s_v) (\rho_r b_{rd} + \rho_{rd} b_r), \\ a_r &= \frac{\vartheta_d x_{ad}^2}{x_r}, \quad b_r = \frac{x_{sr} + \vartheta_d x_{ad}}{x_r}, \quad c_r = \frac{\vartheta_d x_{ad}}{x_r}, \\ a_{rd} &= \frac{\vartheta_d x_{ad}^2}{x_{rd}}, \quad b_{rd} = \frac{x_{srd} + \vartheta_d x_{ad}}{x_{rd}}, \quad c_{rd} = \frac{\vartheta_d x_{ad}}{x_{rd}}, \\ a_{rq} &= \frac{\vartheta_q x_{aq}^2}{x_{rq}}, \quad b_{rq} = \frac{x_{srq} + \vartheta_q x_{aq}}{x_{rq}}, \quad \rho_{rq} = \frac{r_{rq}}{x_{rq}}. \end{aligned}$$

Уравнения (7.117) и (7.118) являются уравнениями шунта, замещающего синхронный двигатель с короткозамкнутой обмоткой возбуждения, при заданных значениях скольжения ротора s и частоты напряжения $(1 + s_v)$.

После нахождения частного решения можно найти модуль изображающего вектора тока

$$I = \sqrt{(I_{d0} + I_{d1} \cos \delta + I_{d2} \sin \delta)^2 + (I_{q0} + I_{q1} \cos \delta + I_{q2} \sin \delta)^2},$$

который имеет постоянную и гармоническую составляющие. Среднее значение тока в установившемся асинхронном режиме без возбуждения равно

$$I_{cp} = \sqrt{0,5(I_{d1}^2 + I_{d2}^2 + I_{q1}^2 + I_{q2}^2)}. \quad (7.122)$$

Формула для расчета момента двигателя после подстановки в формулы (7.95)–(7.97) d, q составляющих токов и ЭДС частного решения получается громоздкой, сокращенно ее можно записать в виде

$$M_e = M_k + M_s + M_a = m_k E_r^2 + m_s E_r U + m_a U^2. \quad (7.123)$$

Момент электромагнитных сил, действующих на ротор возбужденной синхронной машины при асинхронном вращении ротора состоит из трех слагаемых: момента короткого замыкания M_k , пропорционального квадрату напряжения возбуждения, синхронного момента M_s , пропорционального произведению напряжения возбуждения и напряжения в узле включения, и асинхронного момента M_a , пропорционального квадрату напряжения.

В частном случае движения ротора невозбужденного синхронного двигателя ($E_r = 0$, обмотка возбуждения замкнута на активное сопротивление) с постоянной угловой скоростью, отличной от скорости вращения вектора напряжения, $M_k = M_s = 0$, и формула (7.123) заметно упрощается

$$M_e = M_a = m_a U^2.$$

Асинхронный момент двигателя имеет постоянную и гармоническую составляющие. Среднее значение асинхронного момента равно

$$M_{a\text{cp}} = 0,5 \left[\begin{aligned} & \left(\vartheta_d (E_{q1} + E_{rq1}) I_{q1} + \vartheta_d (E_{q2} + E_{rq2}) I_{q2} \right) \\ & + \vartheta_q E_{rd1} I_{d1} + \vartheta_q E_{rd2} I_{d2} + \\ & \left(\vartheta_d x_{ad} - \vartheta_q x_{aq} \right) (I_{d1} I_{q1} + I_{d2} I_{q2}) \end{aligned} \right] \eta. \quad (7.124)$$

Синхронный двигатель как шунт с переменными параметрами описывается выражениями (7.110), (7.111), (7.117), (7.118).

§ 7.11. Расчет параметров модели синхронного двигателя по каталожным данным

В уравнениях синхронного двигателя фигурируют такие же параметры, как и в уравнениях генератора, причем активные сопротивления и реактивности рассеяния роторных контуров являются переменными. Но в каталогах двигателя характеризуются другими параметрами, табл. 7.2, которые используются при выборе синхронного привода механизмов. Поэтому возникает задача определения параметров модели двигателя с эквивалентными роторными параметрами на основе имеющейся каталожной информации с использованием соотношений, которые дает теория синхронной машины [44, 45]. Следует заметить, что структура каталожных данных синхронных двигателей не позволяет добиться такой же точности воспроизведения пусковых характеристик, как в модели асинхронных двигателей, поскольку отсутствует кратность

максимального асинхронного момента при критическом скольжении, которая является важной реперной точкой моментной характеристики.

Таблица 7.2

Параметр	Обозначение
Номинальная полная мощность, кВ·А	S_n
Номинальная активная мощность (на валу), кВт	P_n
Номинальное напряжение, кВ	U_n
Номинальный ток, А	I_n
Номинальный $\cos \varphi$	$\cos \varphi_n$
Коэффициент полезного действия, %	η_n
Номинальная частота вращения, об/мин	n_n
Кратность по отношению к номинальному моменту пускового момента, о.е.	$M_{п}$
максимального синхронного момента, о.е.	M_{\max}
входного момента (при $s = -0.05$), о.е.	$M_{вх}$
Кратность по отношению к номинальному току пускового тока, о.е.	$I_{п}$
Номинальное напряжение обмотки возбуждения, В	U_{f_n}
Номинальный ток обмотки возбуждения, А	I_{f_n}

Использование каталожных данных в качестве исходной информации о синхронном двигателе позволяет сделать лишь косвенную оценку некоторых параметров модели и предопределяет использование усредненных соотношений между параметрами [46, 47]. Но если модель обеспечивает воспроизведение пусковых характеристик, то воздействие синхронного электродвигателя на сеть и на вал механизма будет адекватным вне связи со значением каких-либо параметров. Другими словами, модель двигателя обеспечивает в этом случае внешние характеристики двигателя, потребляемый из сети ток и момент на валу. Такая модель является адекватной для рассматриваемого класса задач по расчету переходных процессов в энергосистемах и узлах нагрузки.

Номинальная полная мощность синхронного двигателя и ток определяются с учетом потерь в двигателе по формулам

$$S_n = \frac{P_n}{\cos \varphi_n \eta_n}, \quad I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n},$$

где P_n – номинальная активная мощность, которая передается через вал рабочему механизму при номинальной частоте 50 Гц.

Пусковой ток синхронного двигателя выражен в долях номинального тока, а кратности пускового, максимального синхронного и входного моментов отнесены к номинальному моменту двигателя

$$M_n = \frac{P_n p}{\omega_s} = \frac{P_n}{\pi n_n} = \frac{9549,3}{n_n} P_{n[\text{кВт}]}, [\text{Н}\cdot\text{м}],$$

где n_n – номинальная частота вращения двигателя, об/мин.

При разработке алгоритма определения параметров модели по каталожным данным целесообразно параметры выражать в относительных единицах при номинальных условиях, принимая за базисную мощность полную мощность, а момент двигателя определять в относительных единицах в долях номинального момента.

Если принимается допущение $r = 0$, в формулах для определения момента двигателя (7.97), (7.124) используется каталожное значение $\eta = \eta_n$. При моделировании с учетом активного сопротивления обмотки статора нужно, если нет заводских данных, оценить это сопротивление, поскольку в каталогах оно отсутствует. Если $r \neq 0$, уравнения Парка-Горева учитывают потери в обмотке статора, следовательно, необходимо также определить значение η , используемое в формуле для расчета момента двигателя.

В среднем можно принять, что потери в активном сопротивлении статора составляют примерно 25% от всех потерь в двигателе в рабочем синхронном режиме [46, 47], тогда можно записать

$$\left(\frac{P_n}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi_n \eta_n} \right)^2 r = 0,25(1 - \eta_n) \frac{P_n}{\eta_n},$$

откуда

$$\frac{r}{3} = 0,25(1 - \eta_n) \frac{U_n^2 \cos^2 \varphi_n \eta_n}{P_n}.$$

Для перевода активного сопротивления в относительные единицы при номинальных условиях нужно его отнести к номинальному сопротивлению $z_n = U_n^2 / S_n$, в результате получаем

$$r_{*(n)} = 0,25(1 - \eta_n) \cos \varphi_n.$$

Рассеивание потерь в двигателе при учете r осуществляется умножением момента двигателя на КПД

$$\eta = 1 - 0,75(1 - \eta_n).$$

Полный алгоритм расчета параметров модели синхронного двигателя по каталожным данным на языке Matlab вынесен в приложение 3.

Возможности модели иллюстрируют статические пусковые характеристики неявнополюсного и явнополюсного двигателей, рис. 7.6, параметры которых приведены в табл. 7.3.

Таблица 7.3

№	Двигатель	P_n , кВт	U_n , кВ	$\cos \varphi_n$	η_n	n_n , об/мин
1	СТД-8000-23УХЛ4	8000	6	0,9	97,9	3000
2	СДН15-76-6УЗ	2500	10	0,9	96	1000
№	Двигатель	M_{\max}	M_{Π}	$M_{\text{вх}}$	I_{Π}	T_{d0} , с
1	СТД-8000-23УХЛ4	2,29	1,76	1,83	6,93	4,0
2	СДН-2-17-71-8УЗ	2	0,8	1,2	7	2,0

На рис. 7.6 представлены зависимости средних значений асинхронного момента (M) и модуля тока (I) двигателя от скольжения. При построении пусковых характеристик учтено активное сопротивление обмотки статора, обмотка возбуждения двигателя замкнута на пятикратное внешнее активное сопротивление.

Модель двигателя позволяет разложить результирующий асинхронный момент, создаваемый всеми роторными контурами, на составляющие от обмотки возбуждения и от эквивалентных роторных контуров в осях d и q . Если разомкнуть какой-либо роторный контур, он не взаимодействует с другими контурами двигателя и не создает электромагнитный момент, что позволяет получить асинхронный момент, создаваемый одним из контуров при прочих разомкнутых контурах. Составляющие асинхронного момента также приведены на рис. 7.6, где обозначено:

- 1 – момент, создаваемый обмоткой возбуждения, замкнутой на внешнее пятикратное сопротивление при прочих разомкнутых контурах;
- 2 – момент, создаваемый эквивалентным роторным контуром в оси d ;
- 3 – момент, создаваемый обмоткой возбуждения и роторным контуром в оси d ;
- 4 – момент, создаваемый эквивалентным роторным контуром в оси q .

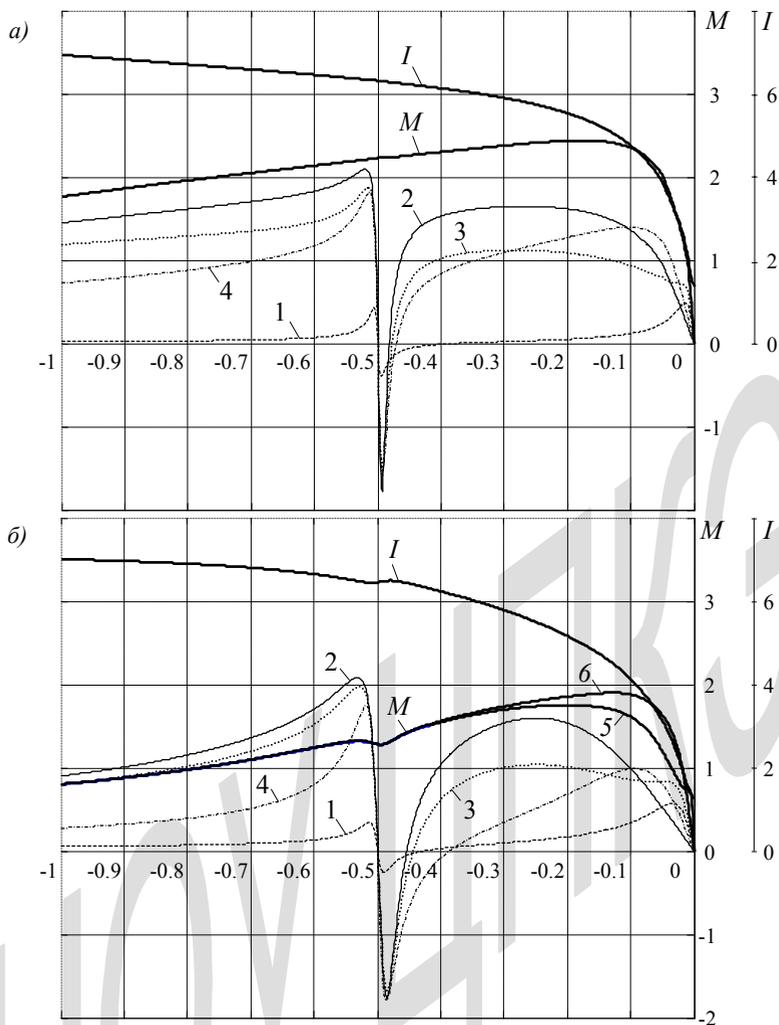


Рис. 7.6. Пусковые характеристики синхронных двигателей:
а – СТД-8000-23УХЛ4; б – СДН-2-17-71-8У3

При разложении асинхронного момента на составляющие наблюдается одноосный эффект [28], поскольку при размыкании роторных контуров пусковая обмотка двигателя становится несимметричной. Видно также, что результирующий асинхронный момент является векторной суммой моментов, создаваемых замкнутыми роторными кон-

турами, причем в результирующем асинхронном моменте одноосный эффект практически отсутствует, поскольку двигатели имеют полную короткозамкнутую пусковую обмотку. Если принимается допущение $r = 0$, модель не воспроизводит одноосный эффект, составляющие асинхронного момента не изменяют свой знак при скольжении $s = -0,5$. Однако кривые результирующего асинхронного момента и тока двигателя при учете и неучете активного сопротивления обмотки статора различаются незначительно.

При индивидуальном моделировании синхронных двигателей целесообразно учитывать активное сопротивление обмотки статора. Для эквивалентных синхронных двигателей комплексной нагрузки узлов допущение $r = 0$ является приемлемым, поскольку все современные синхронные двигатели имеют полную пусковую обмотку.

На рис. 7.6, б показано также влияние внешнего активного сопротивления, на которое замыкается обмотка возбуждения, на асинхронный момент двигателя. При короткозамкнутой обмотке возбуждения входной момент, развиваемый при скольжении $s = -0,05$, имеет каталожное значение, табл. 7.3, кривая 5. При замыкании обмотки возбуждения на пятикратное активное сопротивление входной момент заметно увеличивается, кривая 6, что облегчает втягивание двигателя в синхронизм после подачи возбуждения.

§ 7.12. Моделирование систем возбуждения синхронных двигателей

Для возбуждения синхронных двигателей используются преимущественно статические возбудительные устройства (СВУ) или бесщеточные возбудительные устройства (БВУ), вытеснившие электромашинные системы возбуждения.

СВУ подключаются к сети 0,4/0,66 кВ через выпрямительные трансформаторы. БВУ имеют возбудитель – трехфазный обращенный синхронный генератор, его вращающийся якорь расположен на валу двигателя, переменный ток выпрямляется вращающимся диодным мостовым выпрямителем.

Схема АВВ возбудительного устройства выбирается в зависимости от рода и характера нагрузки в узле включения синхронного двигателя [46]. На предприятиях с переменной нагрузкой и колебаниями напряжения регулирование возбуждения синхронных двигателей направлено на поддержание напряжения в узле нагрузки. На предприятиях с равномерной нагрузкой и незначительными колебаниями на-

пряжения АРВ может отсутствовать, достаточно иметь форсировку возбуждения. Для синхронных двигателей, работающих с резкопеременной нагрузкой на валу, рекомендуется регулирование возбуждения по изменению активной составляющей тока статора с поддержанием напряжения в узле нагрузки или сильное регулирование возбуждения для сохранения устойчивости синхронного режима и демпфирования качаний ротора. Если синхронный двигатель подключен к узлу нагрузки, обеспеченному реактивной мощностью от других более экономичных источников, рекомендуется регулирование возбуждения, направленное на поддержание постоянного значения $\cos \varphi$ или стабилизацию тока возбуждения.

Современные возбудительные устройства синхронных двигателей дают возможность выбирать комбинацию параметров режима, по которым АРВ осуществляет регулирование возбуждения (напряжение статора, полный, активный или реактивный ток статора, $\cos \varphi$ узла нагрузки, внутренний угол двигателя). Предусматривается форсировка возбуждения с кратностью по току ротора $1,6 \div 3,0$. Напряжение ввода форсировки выбирается $(0,8 \div 0,85) U_H$, напряжение снятия форсировки после срабатывания равно $(0,9 \div 0,92) U_H$.

Возбудительное устройство обеспечивает автоматическую подачу возбуждения по спаду тока статора до $(1,4 \div 2,5) I_H$ или по скольжению ротора $s = |0,03 \div 0,1|$ при пуске двигателя или ресинхронизации после самозапуска, автоматическое гашение поля при выпадении из синхронизма, потере питания или отключении от сети.

Моделирование систем возбуждения синхронных двигателей можно осуществить на основе структурной схемы, представленной на рис. 7.7.

АРВ имеет каналы по отклонению напряжения, активного (I_a) и реактивного (I_r) тока статора, внутреннего угла $\delta = (E_q \wedge \dot{U})$, и угла между током и напряжением двигателя или узла нагрузки $\varphi = (\dot{i} \wedge \dot{U})$, в который включен двигатель с заданными коэффициентами передачи по регулируемым параметрам. Канал работает, если его коэффициент передачи не равен нулю. Отклонения регулируемых параметров определяются относительно их значений в исходном установившемся режиме (снабжены индексом 0), для которого определяется начальное возбуждение $U_{r,0}$ двигателя. Если двигатель в исходном режиме стоит и впоследствии осуществляется его прямой пуск от сети, отклонения регулируемых параметров определяются относительно их значений,

определяемых по синхронному режиму при номинальном напряжении питания и номинальной частоте. Знаки отклонений на структурной схеме выбраны с учетом генераторной формы записи уравнений двигателя, § 4.2.

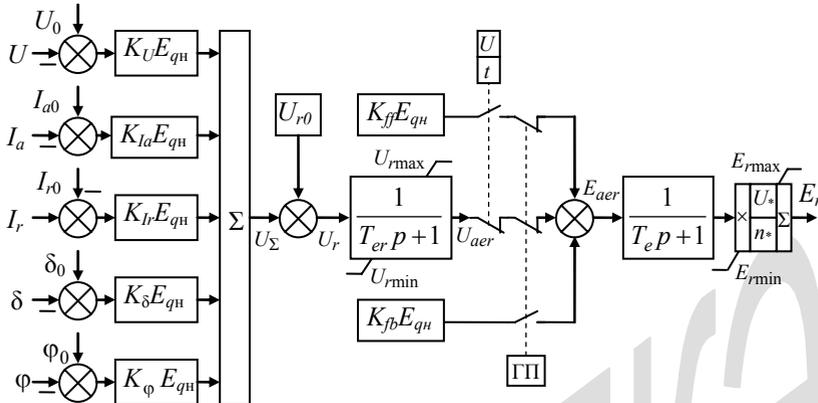


Рис. 7.7. Структурная модель системы возбуждения синхронных двигателей

Сигналы каналов АРВ суммируются. Сигнал управления U_r формируется как сумма начального возбуждения и результирующего сигнала каналов АРВ и подается на вход аperiodического звена с постоянной времени T_{er} , которое учитывает запаздывание в АРВ. Выход АРВ в рабочих режимах ограничивается $U_{r\min} \leq U_{aer} \leq U_{r\max}$. Минимальное значение определяется по условию статической устойчивости и перегрузочной способности в синхронном режиме, максимальное значение определяется условиями охлаждения, обычно синхронные двигатели имеют номинальный $\cos \varphi = 0,9$ в режиме перевозбуждения.

Аperiodическое звено с постоянной времени T_e моделирует тиристорный выпрямитель СВУ ($T_e = 0,02 \div 0,04$ с) или возбудитель БВУ ($T_e = 0,07 \div 0,2$ с), на который подается выходной сигнал АРВ E_{aer} . В СВУ напряжение возбуждения пропорционально напряжению в узле включения двигателя, что учитывается умножением выходного напряжения E_r на $U_* = U / U_n$. В БВУ напряжение возбуждения пропорционально частоте вращения двигателя, что учитывается умножением выходного напряжения на $n_* = n / n_n$. На выход системы возбуждения накладываются ограничения $E_{r\min} \leq E_r \leq E_{r\max}$. Минимальное значе-

ние определяется способом гашения поля, а максимальное значение – кратностью форсировки.

При форсировке возбуждения на вход возбудителя подается максимальный входной сигнал, определяемый кратностью форсировки K_{ff} по напряжению возбуждения.

Сигнал на гашение поля (ГП) подается при отключении от сети или при потере двигателем устойчивости (при выпадении из синхронизма), когда скольжение ротора превышает входное скольжение. Этот сигнал имеет наивысший приоритет в алгоритме управления возбуждением, отключает от возбудителя сигналы АРВ и форсировку возбуждения и подает на вход возбудителя сигнал гашения поля. Кратность ЭДС гашения поля K_{fb} выбирается в зависимости от способа гашения и определяет величину ЭДС противоположного знака в долях номинального значения E_{qn} , которая вводится в контур возбуждения. Если поле возбуждения двигателя гасится АГП и/или переводом тиристорного выпрямителя СВУ в инверторный режим, то $1 \leq K_{fb} \leq K_{ff}$. В БВУ поле возбуждения двигателя гасится путем гашения поля возбуждения возбудителя, в этом случае $K_{fb} = 0$. Учитывается односторонняя проводимость диодного выпрямителя БВУ. После окончания гашения поля (при прохождении тока ротора через ноль) обмотка возбуждения замыкается на внешнее активное сопротивление, если оно имеется.

Если поле возбуждения двигателя погашено, автоматическая подача возбуждения (подключение выхода возбудителя E_r к обмотке возбуждения двигателя) при пуске или самозапуске осуществляется по спаду тока статора и/или по скольжению ротора.

§ 7.13. Моделирование рабочих механизмов

В уравнение движения агрегата двигатель-механизм входит момент механизма, зависящий от частоты вращения. Статические и динамические моментные характеристики насосов, вентиляторов, центробежных компрессоров и других механизмов различаются незначительно, поэтому в расчетах электромеханических переходных процессов в энергосистемах и узлах нагрузки механизмы обычно описывают алгебраическими уравнениями.

Зависимость момента от частоты вращения у большинства механизмов имеет падающий и восходящий участки с точкой перегиба при

наличии противодействия. На рис. 7.8 приведен пример типовой моментной характеристики механизма, такие графики зависимости момента от частоты вращения предоставляют заводы-изготовители насосов, вентиляторов, компрессоров. Моментная характеристика построена в относительных единицах при номинальных условиях. В качестве базисного значения частоты вращения принята синхронная частота вращения, за базисный момент принят момент при базисной частоте вращения.

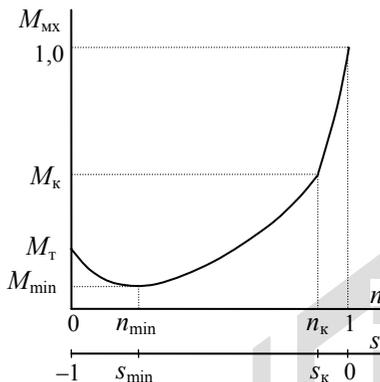


Рис. 7.8. Зависимость момента механизма от частоты вращения

Момент механизма имеет две составляющие: момент сил трения и полезный момент. Чтобы осуществить пуск агрегата, необходимо преодолеть момент трогания M_T , обусловленный силами трения по кося в подшипниках и уплотнениях. По мере разгона механизма момент сил трения уменьшается и при достижении некоторой частоты вращения становится постоянным, а полезный момент с ростом частоты вращения увеличивается. Поэтому моментная характеристика обычно имеет падающий участок от момента трогания M_T до некоторого минимального момента M_{\min} при частоте вращения n_{\min} , поскольку скорость уменьшения момента сил трения выше, чем скорость нарастания полезного момента. Восходящий участок может быть непрерывным или иметь точку перегиба, в которой изменяется зависимость момента от частоты вращения, если у механизма есть обратный клапан. Открытие (подрыв) обратного клапана происходит при определенной частоте вращения n_K , которой соответствует момент M_K . До открытия обратного клапана момент пропорционален квадрату частоты вращения, а после открытия скорость нарастания момента при разгоне резко увеличивается.

Зависимости момента механизма от частоты вращения можно аппроксимировать, используя следующие выражения:

если $-1,0 \leq s < s_{\min}$,

$$M_{\text{мх}} = \left(M_{\min} + (M_{\text{т}} - M_{\min}) \left(\frac{s - s_{\min}}{1 + s_{\min}} \right)^2 \right), \quad (7.125)$$

иначе, если $s_{\min} \leq s < s_{\text{к}}$,

$$M_{\text{мх}} = \left(M_{\min} + (M_{\text{к}} - M_{\min}) \left(\frac{s - s_{\min}}{s_{\text{к}} - s_{\min}} \right)^2 \right), \quad (7.126)$$

иначе, если $s \geq s_{\text{к}}$,

$$M_{\text{мх}} = \left(M_{\text{к}} + (1 - M_{\text{к}}) \left(\frac{s_{\text{к}} - s}{s_{\text{к}}} \right)^e \right). \quad (7.127)$$

Поскольку в уравнениях движения агрегатов двигатель-механизм фигурирует скольжение, в формулах (7.125)–(7.127) также вместо частоты вращения n используется скольжение $s = n - 1$.

Эта модель механизма позволяет воспроизводить различные зависимости момента механизмов от частоты вращения. Для получения вентиляторной характеристики достаточно положить $M_{\text{к}} = n_{\text{к}} = 1,0$, при этом $M_{\text{мх}} \sim n^2$. Если моментная характеристика значительно отличается от квадратичной, нужно задать $M_{\text{к}} = M_{\min}$, $n_{\text{к}} = n_{\min}$ и требуемое значение показателя характеристики e . Например, если момент механизма после трогания не зависит от частоты вращения, то следует положить $e = 0$.

Такая модель механизма необходима при индивидуальном моделировании агрегатов двигатель-механизм в расчетах переходных процессов в узлах нагрузки. Очевидно, модель пригодна и для эквивалентных агрегатов двигатель-механизм комплексной нагрузки узлов. Для эквивалентных агрегатов целесообразно задать характеристику механизмов, преобладающих в составе динамической нагрузки узла. Эта информация при проведении расчетов переходных процессов в энергосистемах, как правило, отсутствует. Поэтому по умолчанию для эквивалентного механизма целесообразно использовать усредненную вентиляторную характеристику со средними значениями $M_{\text{т}} = 0,15$, $M_{\min} = 0,04$ и $n_{\min} = 0,2$. Эта характеристика является наиболее распространенной и, кроме того, является наиболее неблагоприятной при

потере устойчивости двигательной нагрузки, вызывая быстрое торможение двигателей при снижениях напряжения в узле.

При подстановке момента механизма, рассчитанного по формулам (7.125)÷(7.127), в уравнение движения агрегата (7.43), (7.88) необходимо моменту присвоить знак минус, § 4.2, и привести момент механизма к тем же относительным единицам, к которым приведен момент двигателя и инерционная постоянная агрегата двигатель-механизм.

§ 7.14. Динамическая модель управляемых шунтирующих реакторов

При использовании упрощенных статорных уравнений вращающихся машин электромагнитные переходные процессы не учитываются и в остальных элементах сети. При этих условиях управляемые шунтирующие реакторы описываются теми же самыми уравнениями, что и в задачах статики, то есть представляются шунтом с переменными параметрами, рис. 1.8.

Модель реактора дополняется моделью автоматического регулятора, который управляет сопротивлением (проводимостью) шунта, замещающего реактор, по определенному закону в соответствии с назначением реактора. Моделирование автоматического регулятора УШР можно выполнить по аналогии с моделированием АРВ генераторов.

На рис. 7.9 представлен пример структурной модели УШР с автоматическим ПИД-регулятором, который обеспечивает регулирование напряжения в узле установки реактора. Этот регулятор изменяет реактивное сопротивление реактора до тех пор, пока напряжение в узле не сравняется с заданной уставкой, либо не будет исчерпан регулировочный диапазон реактивного сопротивления реактора.

На схеме обозначено:

K_{0U}, T_{0U} – коэффициент передачи и постоянная времени канала отклонения напряжения, K_{1U}, T_{1U} – коэффициент передачи и постоянная времени канала производной напряжения, β – сигнал системы управления реактором, T_r – эквивалентная постоянная времени реактора вместе с системой управления, α – угол включения тиристоров относительно момента прохождение тока через ноль, изменяющийся в диапазоне $0 \div \pi/2$, для УШРТ, или ток подмагничивания, изменяющийся в диапазоне $0 \div 1$, для УШРП, $f(\alpha)$ – закон преобразования угла вклю-

чения тиристоров (тока подмагничивания) в индуктивное сопротивление реактора, x_L , x_C , x_{CSR} – индуктивное, емкостное и результирующее сопротивления реактора.

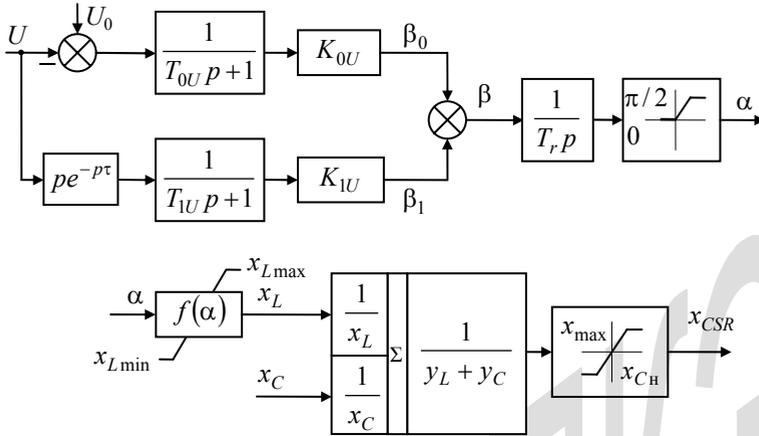


Рис. 7.9. Структурная схема УШР, регулирующего напряжение

У регуляторов быстродействующих УШРТ канал производной напряжения, улучшающий качество регулирования при быстрых изменениях напряжения, например, при к.з., может быть исключен. Входным режимным параметром может быть не только модуль напряжения в узле. Реактор в переходном процессе может компенсировать реактивную составляющую тока нагрузки, тока генератора или регулировать переток реактивной мощности по линиям высокого напряжения. При введении в закон регулирования дополнительных режимных сигналов (частота и производная частоты напряжения, полный или реактивный ток линии и др.) их инерционные или безынерционные каналы также подключаются к сумматору.

В периодической литературе рассматриваются различные структуры и законы регулирования автоматических регуляторов УШР дальних линий электропередач, например [48, 49]. Законы регулирования таких УШР и методики настройки регуляторов, обеспечивающие устойчивость совместного регулирования напряжения генераторами и УШР, в настоящее время разрабатываются и апробируются.